はじめに

アナザーアキタ

本書は，日本が誇る超難関９校の入試問題で構成されている．開成，筑波大附属駒場，慶應義塾女子，筑波大附属，渋谷教育学園幕張は，主として首都圏の受験生たちがしのぎを削る男子校，女子高，そして共学校の超難関校である．東海は中京圏，灘は関西圏，久留米大附設とラ・サールは九州におけるそれぞれ超難関校である．これらの学校の入試問題は，高度な思考力を問われる難問，学習効果の高い良問の宝庫である．

拙著に「数式の得点力を急速チャージ！」と「図形の得点力を急速チャージ！」の２冊がある．いずれも，月刊「高校への数学」（以下，「高数」）で連載された記事をまとめたものだ．記事のコンセプトは，「その１ページを演習することで，１つのテーマを強化できる」というものだ．学習テーマごとにページをつくり，連載すること数式で５年，図形で５年，それぞれ書籍化に至った．

さて，次は何に挑戦しようか…そのとき，自分の中でくすぶっていたものに，一筋の光が差し込んだ．本書の執筆のきっかけになったエピソードをここに綴りたい．

現在，私は首都圏に展開する大手進学塾で勤務している．幾つかの塾を経て，2002 年に入社したので，かれこれ四半世紀になろうとしている．塾業界に身をおく私には，「アキタ」という苗字を聞くと，真っ先に思い浮かぶ人が２人いる．

おひと方目は，月刊「高校への数学」にて長年，メイン講義をはじめとする記事を執筆されている秋田洋和先生である．塾講師の先輩として，高数執筆の先輩として，更には，人生の先輩として，数多のことを教えていただいており，現在進行形である．

おふた方目も，やはり「アキタ」先生である．識別しやすいように，AKITA 先生と表記する．AKITA 先生の担当科目は数学ではない．私が初めて AKITA 先生と同じクラスを一緒に担当してから，時は流れて 15 年経ってしまった．生徒の第一志望校合格に情熱を注ぐ熱血漢である．

勤務する校舎がお互い変わり，近年は同じクラスを担当する機会がなくなってしまったのだが，何年か前のこと，彼から電話がかかってきた．２月の入試本番を目前に控えた１月のある日，鼻息荒く「K 高校を目指している生徒に数学は何をやらせたらいいですか．」

暑苦しいほどの熱量である．役職が上がって，以前よりも少し偉くなったのだが，合格させたいという彼の熱量は，あの頃と何ら変わらない．

頼りにしてくれる事自体は嬉しいし，期待に応えたい．ただ，彼が入手できる入試問題のことも考慮すると，「○年の○○高校の○番でしょ，それから，△年の△△高校の△番でしょ，それから…」のように事細かに伝えるわけにもいかず，結局のところ，「立体なら□□高校の問題とか…」といった具合に，何ともざっくりとしたアドバイスになってしまった．

最適解は何か…自問自答の日々が始まった．目指すは「受験しない学校ではあるが，この単元に関しては志望校対策として役に立つから使いたい」を実現してくれる，「何とも都合のいい問題集」である．しかし，…そんなものは存在しない．

「あるといいのにな…．」という思いが，いつしか「作るしかない！」という決意に変わった．いざ，作り始めてみたものの，様々な壁にぶつかった．そして，「何とも都合のいい問題集」としての使い勝手を追い求めていたら，何年もかかってしまった．

勤務先の進学塾で，現在，超難関校対策講座を牽引する立場となった AKITA 先生から，もし電話がかかってきたとしたら…即答できる．

「これ，やるといいよ！」と．

本書の利用法

◆ 2way チャージの 1 つ目　学校別対策

高校入試において，日本屈指の超難関校を 9 校選びました．そのラインナップは，開成，筑波大附属駒場[以下，筑駒]，灘，東海，久留米大附設[以下，附設]，ラ・サール，慶應義塾女子[以下，慶女]，筑波大附属[以下，筑附]，渋谷教育学園幕張[以下，渋幕]です．これら 9 校それぞれについて，学校別対策を行うことができます．

高校入試における数学の入試問題をイメージすると，学校によって小問集合はあったりなかったり，はたまた，文章題を出したり出さなかったりといった違いはありますが，どの学校でも出題される可能性が高い単元といえば，関数，整数・確率，平面図形，立体図形が挙げられます．

難関校の入試問題においては，整数と確率の融合問題の出題が見られることも踏まえて，本書は関数，整数・確率，平面図形，立体図形，計算・文章題の 5 章で構成されています．

学校別対策を効率よく進めていけるように，章立てをできるだけ少なくしました．各校ともに 2015 年入試から 2025 年入試において出題された問題の中から，学習効果の高いもの，なおかつ，学校ごとの特色が顕著なもの，そして出題傾向を踏まえたセレクトになっています．

各章の章末には，「温故知新」と銘打って 2014 年以前の入試問題も紹介してあります．

各章の先頭ページにテーマ別分類表をつけました．上から下へと縦に見ていただければ，各校の掲載問題それぞれのテーマがひと目で分かります．是非，ご活用ください．

◆ 2way チャージの 2 つ目　テーマ別対策

巻頭の「はじめに」でも前述しました．志望校の過去問による対策だけで終わらせないのが，本書の強みです．

一例を挙げます．「○○高校で出題されるであろう立体図形の，あのテーマの問題を対策するには…」といった状況に対応します．

各章の先頭ページにつけてあるテーマ別分類表が，この点においても強い味方になります．今度は左から右へと横に見ていただければ，「受験はしないけど，△△高校で出題された問題でもやってみようか…」を実現することが容易になります．

加えて，各ページの各問題についてです．もし他のページに関連性のある問題がある場合については，

☞［◆◆］**○○○○の**5

のように，「推奨問題」として明記しています．類題演習を通じて，より深い理解と定着度アップを計ることができます．

超難関校の問題の中から，実力を向上させるための問題，あるいは，弱点を補強するために必要とする問題を取り出しやすくする「仕掛け」が施されています．

日本が誇る超難関 9 校の入試問題の中から「欲しい問題」を余すところなくスムーズに抽出し，一つ一つの問題にしっかり取り組んでください．皆さんの志望校合格にお力添えできたら幸いです．

高校への数学
超難関９校への
2way チャージ
2015-2025
開成，筑駒，灘，東海，久留米大附設，
ラ・サール，慶女，筑附，渋幕

目次

第 1 章　関数

関数☆学校別出題リスト

出題内容 ＼ 学校［テーマ番号］	開成［1］	筑駒［2］	灘［3］	東海［4］	附設［5］	ラサール［6］	慶女［7］	筑附［8］	渋幕［9］
(座標幾何)直線の式・面積＆面積比 etc	$\boxed{5}\boxed{6}$		$\boxed{1}$	$\boxed{1}$		$\boxed{3}\boxed{6}\boxed{7}$	$\boxed{4}$	$\boxed{3}\boxed{4}$	$\boxed{3}\boxed{6}$
(座標幾何)放物線と折れ線・平行線	$\boxed{5}\boxed{6}$	$\boxed{1}$温					$\boxed{3}$		
(座標幾何)等積変形・面積 2 等分 etc	$\boxed{1}$		$\boxed{3}\boxed{4}$	$\boxed{2}\boxed{4}$		$\boxed{8}$	$\boxed{2}$		$\boxed{2}$
(座標幾何)正方形・平行四辺形		$\boxed{2}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{1}\boxed{5}$	$\boxed{8}$		$\boxed{5}$	$\boxed{2}\boxed{3}$
(座標幾何)正三角形・直角二等辺三角形 etc	$\boxed{4}$	$\boxed{1}\boxed{4}$温	$\boxed{5}\boxed{6}$	$\boxed{4}$			$\boxed{5}$		
(座標幾何)円との融合問題	$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$			$\boxed{5}\boxed{6}$	$\boxed{2}\boxed{3}$	$\boxed{7}$	$\boxed{1}$		$\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$
(変化・調べる)動点とグラフ・調べ上げ		$\boxed{2}$			$\boxed{6}$	$\boxed{4}$		$\boxed{1}\boxed{2}$	
(変化・調べる)放物線が絡んだ文章題								$\boxed{6}\boxed{7}$	
(変化・調べる)格子点・敷き詰め		$\boxed{3}\boxed{4}$			$\boxed{4}$		$\boxed{5}$		$\boxed{7}$
(変化・調べる)変域・変化の割合						$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{5}$			$\boxed{1}$

関数の留意点

＜座標幾何＞

出題の中心は言わずもがな放物線 $y=ax^2$ であり，直線の式 $y=a(p+q)x-apq$ を使いこなすことが関数攻略には不可欠である．傾き $a(p+q)$ から座標を求める場面は数多くあり，平行線もさることながら，線分の端点の座標に規則性が現れる折れ線の問題(筑駒$\boxed{1}$，温故知新$\boxed{1}$)でも真価を発揮する．面積が絡む出題は，等積変形（慶女$\boxed{2}$など)，面積の 2 等分線(灘$\boxed{3}$など)が定番だろう．放物線と絡む図形として，頻度が高い 2 トップを挙げるならば平行四辺形と円である．平行四辺形の場合，座標決定(東海$\boxed{3}$)や面積比(渋幕$\boxed{3}$)だけでなく，長方形やひし形との関係性(附設$\boxed{1}$)といった出題も見られた．円が絡む出題は，自力で円を補うことに気づけるかどうかが要求される問題(開成$\boxed{2}$，ラサール$\boxed{7}$)，傍接円(渋幕$\boxed{5}$)など多岐に及ぶ．円がもつ様々な図形的性質を座標平面上で使いこなす練習はしっかり積んでおきたい．その他にも，受験生にとって悩ましい図形が，正三角形など特別角を有する図形ではないか．角度情報に基づいて傾きや座標を得ることに慣れておこう．座標に無理数が現れるので，煩雑になりがちな計算処理のトレーニングもしておきたい(開成$\boxed{4}$，筑駒$\boxed{4}$，温故知新$\boxed{2}$，慶女$\boxed{5}$)．

＜変化・調べる問題＞

変化を捉える問題の筆頭は，動点を題材にした問題である．図形の周上を動く点によって起こる面積変化(ラサール$\boxed{4}$，附設$\boxed{6}$，筑附$\boxed{1}$)などが出題されている．グラフを利用して調べ上げる問題(筑附$\boxed{2}$)，ダイヤグラムに放物線が絡む文章題(筑附$\boxed{6}$，$\boxed{7}$)といった出題もある．問題文の指示の有無に関係なく，グラフを利用するという発想は持っておこう．その他では，変域を題材にした問題(ラサール$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{5}$など)も変化にまつわる出題の一つだ．場合分けを伴う問題も珍しくない．考えられる状況をしっかりと図示して吟味しよう．その他にも，調べ上げ問題として，格子点や敷き詰めた図形の数え上げが挙げられる．正確な図をかいて丁寧に数える問題(筑駒$\boxed{3}$，附設$\boxed{4}$)もあれば，規則性を駆使して調べる問題(筑駒$\boxed{4}$，渋幕$\boxed{7}$)もある．

［1］－開成の関数　2015-2025

［解説は，☞解答編 p.2 ～］

1　関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ ……①　のグラフ上に3点A，B，Cがある．A，Bの座標は $A\left(-2,\ \dfrac{4}{3}\right)$，$B\left(1,\ \dfrac{1}{3}\right)$ であり，$\angle ABC=90^\circ$ である．

（1）　点Cの座標を求めよ．

（2）　3点A，B，Cを通る円と①のグラフの交点で，A，B，Cと異なるものをDとする．点Dの座標を求めよ．

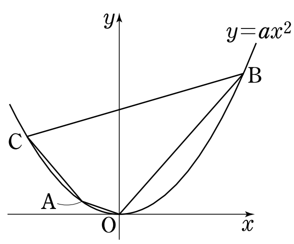
（3）　点Bと異なる①のグラフ上の点Pのうち，△APCと△ABCの面積が等しくなるようなものの座標をすべて求めよ．

（2015年）

☞［6］ラ・サール7　［7］慶女2

2　a を正の定数とする．関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，x 座標がそれぞれ0，-4，16，-12 である点O，A，B，Cをとる．$\angle ACB=90^\circ$ のとき，以下の問いに答えよ．結果のみ書け．

ただし，「傾きがそれぞれ k，l である2直線が垂直に交わるのは，$kl=-1$ のときであり，そのときに限る」という事実は，証明なしに用いてよいものとする．



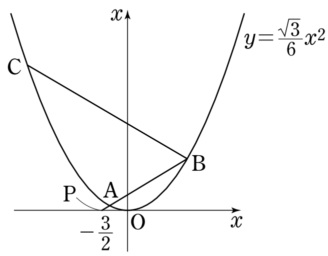
（1）　a の値を求めよ．

（2）　2直線OC，ABの交点をPとする．三角形の面積比△OPA：△BPCを求めよ．

（2019年）

☞［4］東海5　［6］ラ・サール7

3　Oを原点，Pの座標を $\left(-\dfrac{3}{2},\ 0\right)$ とする．右図のように，$y=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x^2$ のグラフ上に3点A，B，Cがある．ただし，$\angle OPA=\angle OPB=30^\circ$，$\angle ABC=60^\circ$ である．このとき，次の問いに答えよ．ただし，（1）から（3）までは答えのみ書くこと．



（1）　3点A，B，Cそれぞれの座標を求めよ．

（2）　3点A，B，Cを通る円の中心の座標を求めよ．

（3）　点Bを接点とする（2）の円の接線の式を求めよ．

（4）　$y=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x^2$ のグラフ上にも（3）で求めた直線上にもある点は，点Bのみであることを証明せよ．

（2020年）

☞［5］附設3

4 関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，A の x 座標は $\frac{1}{2}-\sqrt{3}$，B の x 座標は $\frac{1}{2}+\sqrt{3}$ である．線分 AB の中点を M とし，M を通り AB に垂直な直線と関数 $y=x^2$ のグラフとの交点のうち，x 座標が負である方の点を C とおく．

（1） 点 M の座標と線分 AB の長さを求めよ．

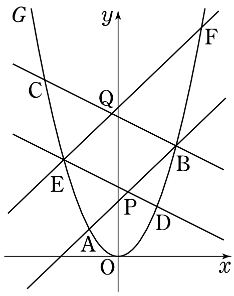
（2） 点 C の座標を求めよ．

（3） 三角形 ABC の 3 辺の長さの比 AB：BC：CA を求めよ．

（2016 年）

☞ 温故知新・筑駒2

5 O を原点とする xy 平面において，関数 $y=x^2$ のグラフを G とし，グラフ G 上の x 座標が -1 である点を A とする．A を通って傾きが 1 である直線とグラフ G との交点のうち A でないものを B とし，B を通って傾きが $-\frac{1}{2}$ である直線とグララ G との交点のうち B でないものを C とする．



また t を，その値が C の x 座標の値より大きく -1 より小さい定数とし，グラフ G 上の x 座標が t である点を E とする．E を通って傾きが $-\frac{1}{2}$ である直線とグラフ G との交点のうち E でないものを D とし，E を通って傾きが 1 である直線とグラフ G との交点のうち E でないものを F とする．

（1） 点 C の x 座標を求めよ．また，点 F の x 座標を t を用いて表せ．

（2） 直線 AD，CF の傾きをそれぞれ t を用いて表せ．

（3） 2 直線 AB と DE の交点を P，2 直線 BC と EF の交点を Q とする．三角形 PAD，三角形 QFC の面積をそれぞれ S_1，S_2 とするとき，$S_1：S_2=1：5$ となる t の値を求めよ．

（2021 年）

☞［2］筑駒1　温故知新・筑駒1

6 関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 P，Q があり，直線 PQ と x 軸の交点を R とする．直線 PQ の式は，a を定数として $y=ax+\left(\frac{a^2-4}{8}\right)^2$ と表されている．O を原点とするとき，次の問いに答えよ．

（1） P，Q の x 座標をそれぞれ a を用いて表せ．ただし，(Q の x 座標)$<$(P の x 座標)とする．

（2） $a=6+4\sqrt{2}$ のとき，R の x 座標を求めよ．

（3） （2）のとき，△OPQ を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積は△OQR を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積の何倍か．

（2025 年）

☞［7］慶女5　［33］ラ・サール3

～温故知新☆過去にはこんな問題も～

筑波大学附属駒場の関数

［解説は，☞解答編 p.20 ～］

1 ［2011 年］

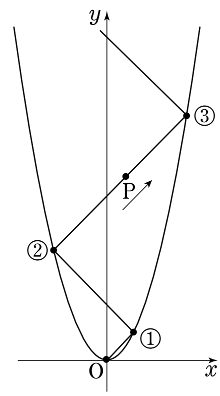
図のように，関数 $y=x^2$ のグラフと，原点 O から始まる折れ線があります．

図の①，②，③，…… は，折れ線と $y=x^2$ のグラフとの交点で，折れ線をつくる各線分の傾きは，順に　1，－1，1，－1，1，……です．点 P は O を出発し，折れ線上を毎秒 1cm の速さで進みます．次の問いに答えなさい．ただし，座標の 1 目盛りを 1cm とします．

（1）　P が点③に到着するのは，出発してから何秒後ですか．

（2）（O ① ②），（① ② ③），（② ③ ④），…… のように，折れ線上の連続した 3 点を頂点とする三角形を考えると，その面積が 195cm^2 となることがあります．そのときの頂点を，上のように解答用紙の(　)の中にかきなさい．

（3）　出発してから 100 秒後の P の座標を求めなさい．



☞［2］筑駒1

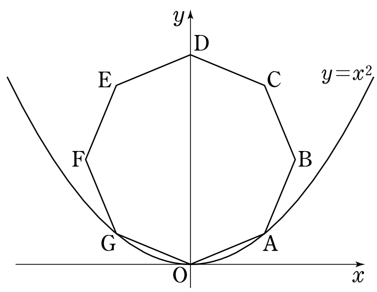
2 ［2013 年］

$y=x^2$ のグラフがあり，図のように，正八角形 OABCDEFG の 3 つの頂点 O，A，G がこのグラフ上にあります．次の問いに答えなさい．

（1）　点 A の x 座標を求めなさい．

（2）　直線 EF の方程式を求めなさい．

（3）　直線 EF が y 軸と交わる点を P，x 軸と交わる点を Q とします．△AEF の面積は△OPQ の面積の何倍ですか．



☞［1］開成4

ここがポイント！

短時間で手際よく解くためには，規則性や図形的性質に気づくことが鍵！

あとがき

「あのさ，積み上げもいいけど，時にピョンも大事なんだよ.」この台詞は，私が勤務する進学塾にて，先輩の数学の先生(以下，W 先生とする)から投げかけられた一言である.

W 先生は，元々は高校受験部門や中学受験部門も担当していたそうだが，私が知り合ったときには，大学受験部門をメインに活躍されていた.

私が念願だった超難関高校対策講座の担当者になった 2 年目のこと，W 先生と同じ教場で授業をすることになった. 加えて，数学科の中で，教材や模擬試験の作成においても同じチームになり，接する機会が増えていった.

お互いにその日の授業を終えると，W 先生と合流し，夜な夜な新規教材を作成することが度々あった. テーマの順番，掲載する問題の配列，生徒が取り組んだ問題の成否のチェック表など，あーだ，こーだ議論を重ねていくうちに夜が明けていくのだ. 冒頭の一言を聞いたのは，この頃だったと記憶する.

教材を作成する際，解く側にいる人たちに何をもたらすことができるか，常に考える. 掲載する問題の配列にも「狙い」であったり「思い」がある.

難易度の低い方から次第に高くなっていくグラデーションをつけるのか，はたまた，高難度，中難度を敢えて混ぜることで凸凹に並べるのか….

入試問題の中には，小設問を細かく刻むことで，「親切な」あるいは「巧みな」誘導をつけるものも少なくない. 出題者の意図を掴み，手際よく解き進めること自体はとても重要だ.

しかし，そんな「手をさしのべてくれる」問題ばかりではない. 高校受験数学では稀かもしれないが，大学受験の入試問題に足を踏み入れると，問題文が一行で終わってしまうものなど，極めて少ない条件だけを頼りに解かねばならない問題もある.

本書の執筆イコール超難関校の入試問題の解説を作りながら，冒頭の一言を度々思い起こした. 相手は，日本を代表する最難関高校の入試問題である. ホップやステップだけで攻略できるものばかりではない.

いきなりジャンプ！を要求されることもあるのだ.

「一見，手の打ちようがないかのようなヤマ」を，頭の中の引き出しに入っている経験，知識，工夫…あらゆるものを総動員し，組み合わせることで，乗り越える…これこそが W 先生が言っていた「ピョン」ではないのかと.

教材作成がお開きとなり，日の出を迎える頃になると，W 先生の未来談義が始まる.

「ゆくゆくは，数学科をこーんな風にしてさ，教材をあーんな風にしてさ，でもってさ…な〜んて考えているわけさ.」

本書を見せたら，W 先生は何と言ってくれるだろうか.

＊　＊　＊

最後に，企画・発案の段階から御指導くださり，私の思いを汲んで，本書の制作に多大なるご尽力を注いでくださった堀西彰編集部長に大いなる感謝の意を表して，結びの言葉とさせていただきます.

（秋山貴之）

高校への数学
超難関 9 校への
2way チャージ　2015-2025
開成，筑駒，灘，東海，久留米大附設，ラ・サール，慶女，筑附，渋幕

令和 8 年 6 月 30 日　第 1 刷発行

著　者　秋山貴之
発行者　黒木憲太郎
発行所　株式会社　東京出版
〒150-0012　東京都渋谷区広尾 3-12-7
電話 03-3407-3387　振替 00160-7-5286
https://www.tokyo-s.jp/

整 版 所　錦美堂整版
印刷・製本　技秀堂
落丁・乱丁の場合は，ご連絡ください.
送料弊社負担にてお取り替えいたします.

ISBN 978-4-88742-302-2

1　（1）　∠ABC＝90°より，2 直線 AB と BC の傾きの積は－1 であるから，C の x 座標を c とおくと，

$$\frac{1}{3}(-2+1)\times\frac{1}{3}(1+c)=-1 \quad \therefore \quad c=8$$

$$\mathbf{C\left(8,\ \frac{64}{3}\right)}$$

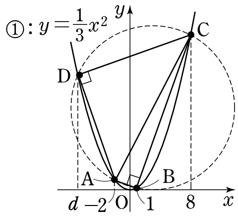
（2）　∠ABC＝90°より，C は円の直径になる．

∠ADC＝90°が成り立つので，AD⊥DC

2 直線 AD と DC の傾きの積は－1.

D の x 座標を d とおくと，$\frac{1}{3}(-2+d)$

$$\times\frac{1}{3}(8+d)=-1$$



$d^2+6d-7=0$，$(d+7)(d-1)=0$

D は B と異なる点であるから，$d \neq 1$

$\therefore$　$d=-7$　　D の座標は，$\mathbf{\left(-7,\ \frac{49}{3}\right)}$

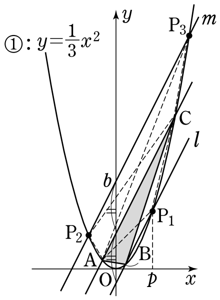
（3）　［P が AC に対して，B と同じ側にある… P_1］

BP // AC より，2 直線 BP，AC の傾きが等しくなればよい．

P の x 座標を p とおくと，

$$\frac{1}{3}(1+p)=\frac{1}{3}(-2+8)$$

$\therefore$　$p=5$　$\mathbf{P_1\left(5,\ \frac{25}{3}\right)}$



［P が AC に対して，B と反対側にある… P_2，P_3］

3 直線 BP_1，AC，P_2P_3 が平行で，切片の小さい順に等間隔に並ぶときを考える．

直線 BP_1 … $y=2x-\frac{5}{3}$，直線 AC … $y=2x+\frac{16}{3}$

直線 P_2P_3 の式を $y=2x+b$ とおくと，

$$b-\frac{16}{3}=\frac{16}{3}-\left(-\frac{5}{3}\right) \quad \therefore \quad b=\frac{37}{3}$$

$y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=2x+\frac{37}{3}$ を連立して解くと，

$$x^2-6x-37=0 \quad \therefore \quad x=3\pm\sqrt{46}$$

$$\mathbf{P_2\left(3-\sqrt{46},\ \frac{55-6\sqrt{46}}{3}\right)},$$

$$\mathbf{P_3\left(3+\sqrt{46},\ \frac{55+6\sqrt{46}}{3}\right)}$$

2　（1）　∠ACB＝90°より，AC⊥CB

2 直線 AC，CB の傾きの積は－1 になる．

$$(-4-12)a\times(-12+16)a=-1$$

$a^2=\frac{1}{64}$　$a>0$ より，$\mathbf{a=\frac{1}{8}}$

（2）　2 直線 OA，OB の傾きの積は，

$$\frac{1}{8}(0-4)\times\frac{1}{8}(0+16)=-1$$

となるので，∠AOB＝90°

∠ACB＋∠AOB＝90°＋90°＝180°より，四角形 AOBC は円に内接する．

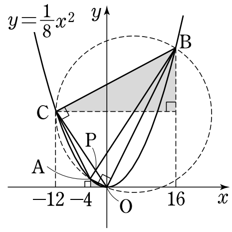
四角形 AOBC の外接円を補うと，

△OPA∽△BPC

（∵　二角相等）

△OPA：△BPC

＝OA^2：BC^2 ………（＊）



2 直線 OA，BC は傾きがそれぞれ－4a，4a となり，絶対値が等しいので，両端の 2 点の x 座標の差の比と等しくなる．

OA：BC

＝{0－(－4)}：{16－(－12)}＝1：7

$\therefore$　（＊）＝1^2：7^2＝**1：49**

3　（1）　直線 AB の式を求める．30°定規の辺の比から，傾き $\frac{1}{\sqrt{3}}$．$P\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$を通るので，

$$y=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(x+\frac{3}{2}\right) \quad \therefore \quad y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{\sqrt{3}}{2} \cdots\cdots ①$$

①と $y=\frac{\sqrt{3}}{6}x^2$ …②　を連立して整理すると，

$$x^2-2x-3=0$$

これを解くと，$(x+1)(x-3)=0$　　$x=-1$，3

$\therefore$　$\mathbf{A\left(-1,\ \frac{\sqrt{3}}{6}\right)}$，$\mathbf{B\left(3,\ \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)}$

B を通り x 軸に平行な直線を引くとき，線分 AC と交わる点を K とする．

∠PBK＝∠BPO＝30°（平行線の錯角）

∠CBK＝∠ABC－∠PBK＝60°－30°＝30°

C の x 座標を c とする．

$$[\text{直線 CB の傾き}]=\frac{\sqrt{3}}{6}(c+3)=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\therefore$　$c=-5$　$\mathbf{C\left(-5,\ \frac{25\sqrt{3}}{6}\right)}$

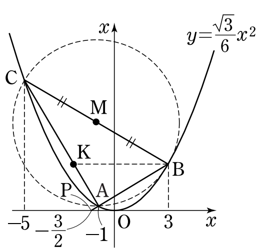
（2）　［直線 CA 傾き］×［直線 AB 傾き］

$$=\frac{\sqrt{3}}{6}(-5-1)$$

$$\times\frac{\sqrt{3}}{6}(-1+3)$$

$$=-\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=-1$$

$\therefore$　CA⊥AB



△ABC は∠A＝90°の直角三角形であるから，3 点 A，B，C を通る円に中心は辺 CB の中点 M である．よって，

$$M\left(\frac{-5+3}{2},\ \frac{\frac{25\sqrt{3}}{6}+\frac{3\sqrt{3}}{2}}{2}\right)=\mathbf{M\left(-1,\ \frac{17\sqrt{3}}{6}\right)}$$

（3） 点Bにおいて，直線CBと垂直に交わる直線の式を求める．その傾きを a とすると，

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\times a=-1 \quad \therefore \quad a=\sqrt{3}$$

$y=\sqrt{3}(x-3)+\frac{3\sqrt{3}}{2}$ より，$\boldsymbol{y=\sqrt{3}\,x-\frac{3\sqrt{3}}{2}}$ …③

（4） ②と③を連立して解くと，

$$\frac{\sqrt{3}}{6}x^2=\sqrt{3}\,x-\frac{3\sqrt{3}}{2} \qquad x^2-6x+9=0$$

$$(x-3)^2=0 \qquad x=3$$

したがって，②と③の両方にある点は，

B$\left(3,\ \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$のみである．

4 （1） AおよびBの x 座標をそれぞれ $\frac{1}{2}-\sqrt{3}=a$，$\frac{1}{2}+\sqrt{3}=b$ と置き換えると，

$$A(a,\ a^2),\ B(b,\ b^2)$$

$$a+b=1,\ ab=\left(\frac{1}{2}\right)^2-(\sqrt{3})^2=-\frac{11}{4}$$

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=\frac{13}{2}$$

Mの x 座標，y 座標はそれぞれ

$$\frac{a+b}{2}=\frac{1}{2},\ \frac{a^2+b^2}{2}=\frac{13}{4} \quad \therefore \quad \boldsymbol{M\left(\frac{1}{2},\ \frac{13}{4}\right)}$$

［直線ABの傾き］$=a+b=1$ より

$$AB=\sqrt{2}(b-a)=\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}=\boldsymbol{2\sqrt{6}}$$

（2） AB⊥CMより，直線CMの傾きは-1.

直線CMの式は，

$$y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{13}{4} \quad \therefore \quad y=-x+\frac{15}{4}$$

$y=x^2$ と $y=-x+\frac{15}{4}$ を連立して解くと，

$$4x^2+4x-15=0 \quad (2x+5)(2x-3)=0$$

Cの x 座標を c とすると，$c<0$ より，

$$c=-\frac{5}{2} \quad \therefore \quad \boldsymbol{C\left(-\frac{5}{2},\ \frac{25}{4}\right)}$$

（3） 直線CMの傾きは-1であるから，

CM$=\sqrt{2}\times$［CとMの x 座標の差］

$$=\sqrt{2}\times\left\{\frac{1}{2}-\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}=3\sqrt{2}$$

$$AB:CM=2\sqrt{6}:3\sqrt{2}=2:\sqrt{3}$$

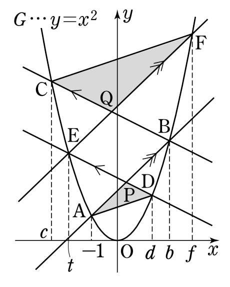
AM：CM＝より，△CAMは30°定規形，△ABCは正三角形になる． ∴ AB：BC：CA＝**1：1：1**

5 （1） B，C，D，Fの x 座標をそれぞれ b，c，d，f とする．

直線AB，BC，ED，EFの傾きについて，それぞれ式を作ると，

$$1\times(-1+b)=1$$

$$1\times(b+c)=-\frac{1}{2}$$



$$1\times(t+d)=-\frac{1}{2}$$

$$1\times(t+f)=1 \quad \therefore \quad b=2,\ \boldsymbol{c=-\frac{5}{2}}$$

$$d=-\frac{1}{2}-t \qquad f=\boldsymbol{1-t}$$

（2） 直線AD，CFの傾きはそれぞれ

$$1\times(-1+d)=\boldsymbol{-\frac{3}{2}-t}$$

$$1\times(c+f)=-\frac{5}{2}+1-t=\boldsymbol{-\frac{3}{2}-t}$$

（3） 前問（2）の結果から，2直線AD，CFの傾きは等しい． ∴ AD∥CF

2直線AP，QFおよび2直線PD，CQも傾きが等しいので，AP∥QFとPD∥CQ

∠PAD＝∠QFC，∠PDA＝∠QCFがいえるので，

△PAD∽△QFC［∵ 二角相等］

相似比は，AD：FC

$$=\{d-(-1)\}:(f-c)=\left(\frac{1}{2}-t\right):\left(\frac{7}{2}-t\right)$$

面積比が1：5となるとき，相似比は1：$\sqrt{5}$

$\left(\frac{7}{2}-t\right)=\sqrt{5}\left(\frac{1}{2}-t\right)$を解く．

整理すると，$(\sqrt{5}-1)t=\frac{\sqrt{5}-7}{2}$

$$\boldsymbol{t}=\frac{\sqrt{5}-7}{2(\sqrt{5}-1)}=\frac{(\sqrt{5}-7)(\sqrt{5}+1)}{2(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}=\boldsymbol{\frac{-1-3\sqrt{5}}{4}}$$

6 （1） $y=x^2$ …①，$y=ax+\left(\frac{a^2-4}{8}\right)^2$ ……②

①と②を連立すると，$x^2=ax+\left(\frac{a^2-4}{8}\right)^2$

$$\therefore \quad x^2-ax-\left(\frac{a^2-4}{8}\right)^2=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(*)$$

ここで，$\left(\frac{a^2-4}{8}\right)^2$ を変形すると，

$$\left\{\frac{(a+2)(a-2)}{8}\right\}^2=\frac{(a+2)^2}{8}\times\frac{(a-2)^2}{8}$$

$$\frac{(a+2)^2}{8}-\frac{(a-2)^2}{8}=a$$

より，（＊）の左辺を因数分解すると，

$$\left\{x+\frac{(a-2)^2}{8}\right\}\left\{x-\frac{(a+2)^2}{8}\right\}=0$$

これを解くと，$x=-\frac{(a-2)^2}{8}$，$\frac{(a+2)^2}{8}$

（Qの x 座標）＜（Pの x 座標）より，

（Qの x 座標）$=\boldsymbol{-\frac{(a-2)^2}{8}}$

（Pの x 座標）$=\boldsymbol{\frac{(a+2)^2}{8}}$

（2） $a=6+4\sqrt{2}$ のとき，$a^2=68+48\sqrt{2}$

$$\left(\frac{a^2-4}{8}\right)^2=\left(\frac{64+48\sqrt{2}}{8}\right)^2=136+96\sqrt{2}$$

直線②の式は，