# まえがき

これからの数学で重要になるキーワードは？

「活用」である．

数学が，定量的なものから定性的なものに変わる，とも言えるかも知れない．厳密な論証による正しい数学が不要になるわけではないが，実用面では正確な数値は必要なく近似で十分事足りることが多い．円周率を“およそ3”とするのは極端であるが，「評価」という感覚は必要になろう．

また，一般的な解法のみに頼るのではなく，個別の問題に対して最適な解法を選択することも必要になる．問題の個性を感じ取り，必要な情報のみを抽出するのである．

一方で，数学概念の深い理解も求められる．数学を表現するのには「数式」「日本語」「図」という３つの形態がある．それらを自由に行き来しながら概念を正確にイメージでき，言語化できることが必要になる．

問題と解答を１対１対応させるような「知識・技能」重視の数学教育は終わりを迎える．また，数学的厳密性を重視し過ぎて生徒を置き去りにすることも許されない．生きていくための「思考力・判断力・表現力」の育成を意識しなければならない．

本書は，「解法を定着させる」というこれまでの数学参考書・問題集とはまったく違う思想に基づいている．「活用」をキーワードに，「難しくはないが答えにくい問題」を取り上げている．表面的な問題ではなく，数学を深く理解し，正しくイメージできていないと考えられない問題ばかりである．

「思考力・判断力・表現力」を発揮するための流れは

【題意を明確化，論点を抽出】
↓
【議論に必要な情報収集】
↓
【正しい推論，論証】

である.「基本解法の中から使えるものを探す」というこれまでの数学とは頭の使い方が違う．道具頼りのこれまでの数学ではなく，工夫することが必要になるような数学である．ずる賢さも求められる．問題を型にはめるのではなく，問題に合う型を自ら作り出す.

新しい時代に向けて，そんな問題集を作りたい.

それが本書に込めた思いである.

既存問題集にあるような問題は掲載していない．数学 IA の知識で思考できる範囲で問題を作っているが，一部，数学 IIB の内容も含まれることを注意しておく．また, 大学入試において重要であることから, 数学 A「数学と人間の活動」の内容として「整数」は旧版のまま残した.

各章は，基本概念の列挙，問題，解答解説からなる．問題は 1 人で考えても良いし, 仲間と一緒に考えても良い．解答解説を見る前に, あぁだこぉだと考えてもらいたい．解答解説に先立って問題を考えるためのヒントを挙げているものもあるので，そちらも参照しながら考えてもらいたい．そうして確認のために解答解説を読んでもらいたい.

「答えを見て丸暗記」という使い方はしないでもらいたい.「どうしてこんな風に考えるのか？」「自分はどうやったらこう考えられるか？」と自問自答してもらいたい．そのヒントとなるように，解説は思考部分を重視している.

数学を道具として，また現象として，正しくイメージできるようになってもらいたい．身に付けてもらいたいイメージについてもできるだけ詳しく解説する.

高校生にとって新しい数学は，定期テストでさえ暗記で乗り切れないから，既存の感覚では苦しいものになるかも知れない．しかし，自分で考える自由度が増し，楽しさを感じることができるものになる.

勉強はつらい反復だけではなく，問題を自分で解決する楽しいものである．本書を通じてそれを感じてくれる人がいたら，この上ない喜びである.

数学を通じて「思考力・判断力・表現力」を磨いていこう！

吉田　信夫

# 目　次

まえがき…… 2

1 数学Ⅰ－①：数と式・集合と命題…… 6

2 数学Ⅰ－②：2次関数…… 34

3 数学Ⅰ－③：図形と計量・数学A－②：図形の性質…… 62

4 数学Ⅰ－④：データの分析…… 98

5 数学A－①：場合の数・確率 …… 140

6 数学A*－③：整数 …… 186

あとがき …… 222

*　数学Aの「数学と人間の活動」にある整数の内容

## 2 数学Ⅰ－②：2次関数

数学Ⅰ－②：「2次関数」で扱う概念は

□2次関数のグラフ

□最大最小

□2次方程式の実数解・$x$ 軸との交点

□2次不等式

である．

すべての関数に通じる重要な考え方がすべて登場する．グラフを描く方法こそ違えど，考え方は数学Ⅱでも数学Ⅲでも同じである．

一般論に通じる解法も重要であるが，個別の関数について深く考察することも重要である．本章では，一般性ではなく特殊性を重視して2次関数を考察していきたい．「2次関数を見たらとりあえず平方完成」という思考では無駄が多いことを実感してもらいたい．

2次関数の重要な性質は，

・グラフが放物線で，左右対称になること

・$x$ 軸との共有点は多くても2つであること

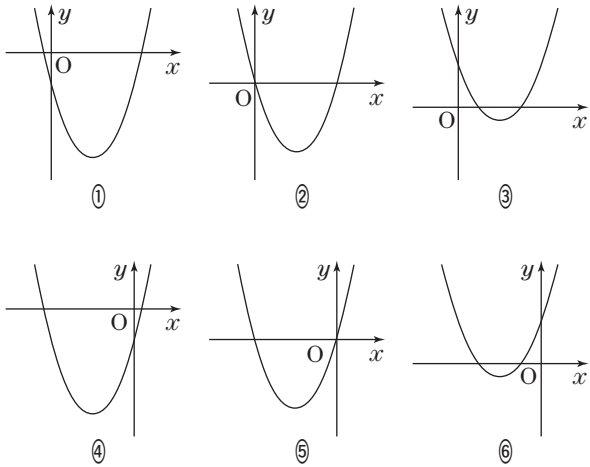
・頂点で最大値や最小値をとること

などである．

メンドクサイ計算などせずに少しでも楽して答えを求める方法を考えてみよう．

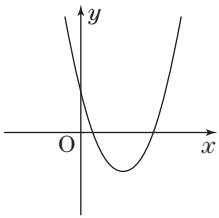
**問題 2-3**

$y=x^2+5x+1$ のグラフとして適当なものを選べ.




**問題 2-4**

右の図のようなグラフになる 2 次関数を選べ.




① $y=x^2-3x+5$　② $y=x^2-3x+1$

③ $y=x^2+3x+5$　④ $y=x^2+3x+1$

⑤ $y=x^2-3x-5$　⑥ $y=x^2-3x-1$

⑦ $y=x^2+3x-5$　⑧ $y=x^2+3x-1$

また，選んだ理由を「$x$ の係数，定数項，判別式」という語を用いて説明せよ.

**問題 2-5**

2 次方程式 $35x^2-173x-5=0$ の異なる実数解の個数を 1 秒以内に答えよ.

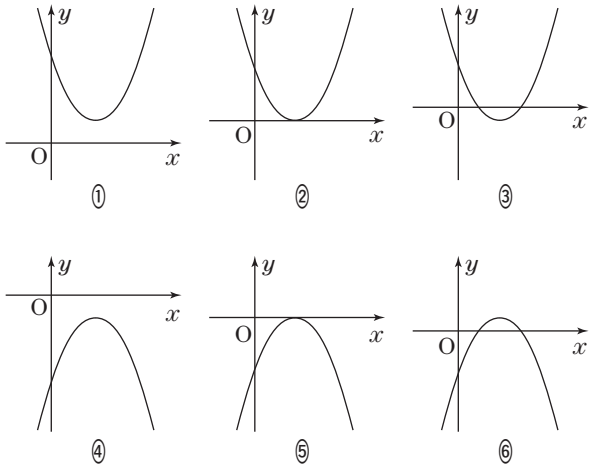
**問題 2-6**

$y=-3(x-2)(x+4)$ の最大値を平方完成せずに求めよ.

# 解答・解説

**問題 2-1**

$y=3x^2-7x+5$ のグラフとして適当なものを選べ.




**【ヒント】**

平方完成してグラフを描いて確認もできる．しかし，正しいグラフを選ぶだけで良いのだから，グラフの違いに注目しよう.

**【解答・解説】**

$f(x)=3x^2-7x+5$ とおく.

$x^2$ の係数が正だからグラフは下に凸である.

$f(x)=0$ の判別式が

$$7^2-4\cdot3\cdot5=49-60<0$$

だから $x$ 軸と共有点をもたない.

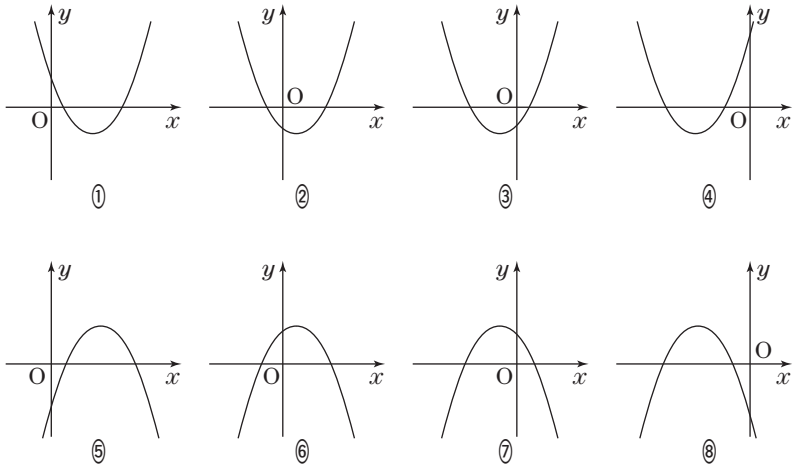
よって，適するグラフは ① である.

■

※　$x^2$ の係数が正で，$x$ の係数が負だから，軸は $x>0$ の部分にある.

**問題 2-2**

$y=-2(x-1)(x+5)$ のグラフとして適当なものを選べ.




このグラフの軸の方程式を求めよ.

**【ヒント】**

因数分解から分かるのは $y=0$ の解，つまり，$x$ 軸との共有点である．平方完成せずに正しいグラフを選ぼう．また，平方完成せずに軸を求める方法を考えてみよう．

この観点がなかった人は，改めて考えてみよう！

**【解答・解説】**

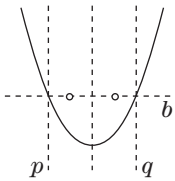
$x^2$ の係数が負だからグラフは上に凸である．$x$ 軸との交点は $x=1,\ -5$ である．よって，適するグラフは ⑦ である．

放物線は軸に関して対称であるから，2 解の中央に軸はある．$-5$ と 1 の平均が $\dfrac{-5+1}{2}=-2$ であるから，軸の方程式は $x=-2$ である．

■

※　因数分解されていたら，平方完成しなくても軸の位置は分かる．さらに一般に $f(x)=a(x-p)(x-q)+b$ となっていても軸の位置は分かる．$x=p$，$q$ で $y$ が同じになるので，$p$，$q$ の中央に軸がある．

$f(x)=ax^2+bx+c$ においては




$$f(x)=ax\left(x+\frac{b}{a}\right)+c$$

だから，軸の位置は 0 と $-\dfrac{b}{a}$ の中央にあり，

$$\frac{0+\left(-\dfrac{b}{a}\right)}{2}=-\frac{b}{2a}$$

より，$x=-\dfrac{b}{2a}$ である．

※　$y=-2(x-1)(x+5)$ では，

$$\frac{-5+1}{2}=-2$$

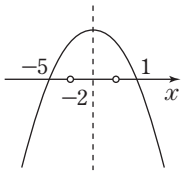
から軸の方程式は $x=-2$ であった．

これを利用して平方完成してみよう．$x^2$ の係数が $-2$ であることに注意する．

$$y=-2(x+2)^2+???$$

である．??? が求まれば良い．何か方法はあるだろうか？

軸 $x=-2$ での $y$ 座標が ??? であるから，$x=-2$ を代入したときの $y$ 座標を求めれば良い．




$$-2\{(-2)-1\}\{(-2)+5\}=18$$

であるから，

$$y=-2(x+2)^2+18$$

である．実際に平方完成しても

$$\begin{aligned}-2(x-1)(x+5)&=-2x^2-8x+10\\&=-2(x+2)^2+2\cdot 2^2+10\\&=-2(x+2)^2+18\end{aligned}$$

となり，確かに一致する．

## あとがき

本書のもととなる本が世に出たのが2018年．共通テストが始まる前である．そのあとがきに，

これまでの数学とこれからの数学は大きく異なる．

数学が苦手な人にとって，基本知識の定着，繰り返し学習と，苦行でしかなかった数学の勉強．正しいイメージ付けを重視し，現象として定性的に数学を捉えられることが，これからの数学学習で重視されなければならない．

本書は，そのことを伝える問題集として作成した．

何度も繰り返し解いて定着させるような問題集ではないが，嫌がらせ対応モードで数学に接する機会は少ないので，忘れたころに解き直してもらえるのは良いことだ．その際も，できるだけ記憶を頼りにせず，よく問題を読んで，慎重に判断し，正しく推論してもらいたい．

本書が新時代の高校数学の1つの基準となれば嬉しく思う．

と書いていた．

実際，高校数学は大きく変わって来ている．本書がそこで果たした役割がどれほどだったかは分からないが，学校訪問などで先生方にお話を聞くとお持ちの方がかなり居られて，とても嬉しかった．多少なりともお役に立てたのかと思った．

新課程となって内容を多少改める必要があり，今回の増補版の作成となった．7年間で私もまた成長したはずである．その一部を本書に表現したつもりである．また次の課程のときに再増補版を出せることを願っている．

これまで関わっていただいたすべての方々に感謝申し上げ，本書を捧げます．ありがとうございました．

著者紹介：

## 吉田　信夫（よしだ・のぶお）

1977 年　広島で生まれる
1999 年　大阪大学理学部数学科卒業
2001 年　大阪大学大学院理学研究科数学専攻修士課程修了

2001 年より研伸館にて，2022 年からはお茶の水ゼミナール ( お茶ゼミ√＋) にて，主に東大・京大・医学部などを志望する中高生への大学受験数学を担当し，首都圏では開成，桜蔭，麻布など，関西では，灘校，東大寺，西大和などの生徒を多数指導してきた．2025 年からは，お茶ゼミ√＋と研伸館を兼任．

そのかたわら，雑誌「現代数学」「大学への数学」での執筆活動も精力的に行う．著書『複素解析の神秘性』( 現代数学社 2011)，『ユークリッド原論を読み解く』( 技術評論社 2014)，『超有名進学校生の数学的発想力』( 技術評論社 2018)『微分方程式練習帳　例題と解法』( 現代数学社 2025) など多数．
本作を含む「思考力･判断力･表現力トレーニング」シリーズ（東京出版）は代表作．

ほぼ計算不要の
思考力・判断力・表現力トレーニング
数学ⅠA 増補版

令和７年５月20日　第１刷発行

著　者　吉田　信夫
発行者　黒木憲太郎
発行所　株式会社 東京出版
〒150-0012 東京都渋谷区広尾3-12-7
電話：03-3407-3387　振替：00160-7-5286
https://www.tokyo-s.jp/

印刷所　株式会社 光陽メディア
製本所　株式会社 技秀堂
落丁・乱丁本がございましたら，送料弊社負担にてお取り替えいたします.

© up 2025 Printed in Japan
(定価はカバーに表示してあります)
ISBN978-4-88742-290-2