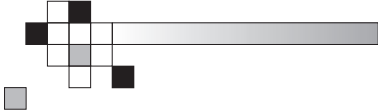




はじめに



『1対1対応の演習』シリーズは、
入試の標準問題を確実に解ける力
をつけてもらおうというねらいで作った本
 ですが、教科書とのギャップが少なからず
 あります。そこで、

教科書レベルから入試の基本レベル
 の橋渡しになる本
 として『**プレ**1対1対応の演習』シリーズ
 を作りました。

『**プレ**1対1対応の演習』シリーズは、
教科書の章末問題レベルを確実に解けるよ
うになり、さらに入試の基本レベルへとス
テップアップしてもらおうというねらいで
作った本です。

問題は、その分野を一通り理解するのに
必要な是非とも解いておきたいものに絞り、
できるかぎりコンパクトにまとめました。

第1部と第2部の2部構成で、第2部で
は入試の基本問題を扱いました。

原則として第1部において、教科書に
載っている項目は一通り扱う方針で編集し

ました。扱っている問題は、教科書の章末
問題に載っているような問題が中心です。
そのような問題に対する詳しい解答を付け
ただけではありません。問題をどう解いて
いくか、そのアプローチの仕方にスポット
を当てました。また、教科書をもっている
ことを前提として解説しています。定理を
どう活用して問題を解いていくか、という
ことに主眼をおいているので、定理の証明
は原則として載せていません。また、定義
や用語の説明などは各分野について「公式
など」でコンパクトに扱いましたが、公式
の証明など省略したものもあるので、各自
必要に応じて教科書を見てください。

本シリーズを終えた後は、『1対1対応
の演習』シリーズに進むことで、無理なく
入試のレベルを知ることができるでしょう。

本書を活用して実力アップに役立てて頂
ければ幸いです。

本書の構成と利用法

坪田三千雄

本書のタイトルにある「**フレ**1対1対応」の「1対1対応」の意味から説明しましょう。

まず例題（四角で囲ってある問題）によって、例題のテーマにおいて必要になる知識や手法を確認してもらいます。その上で、例題と同じテーマで1対1に対応した演習題によって、その知識、手法を問題で適用できる程に身についたかどうかを確認しつつ、一步一步前進してもらおうということです。

本書は、第1部と第2部の2部構成になっています。

第1部： 各分野について、コンパクトに公式などをまとめたページを用意しました。次に、各分野を一通り理解する上で、まず当たっておきたい問題を精選しました。扱う問題のレベルは、教科書の本文中にあるような例題から章末問題レベル程度です。なお、分野によってはそもそも扱っているテーマが難しめのものがあり（教科書の内容がやや高度ということ）、第1部としては難しめの問題が入っている場合もあります。私大、2次試験で頻出のテーマに関するものは、第2部に回したテーマもあります。

第2部： 第1部を踏まえて、主に入試の基本レベルの問題を選びました。是非とも当たっておきたい問題によって、入試の基本レベルまでステップアップすることを目標としましょう。

次に例題と演習題などについて説明しましょう。

入試問題を採用したときは大学名を明記しました。問題によっては空欄の形などを変えています。が、とくに断っていない場合もあります。

例題： レベルについては上で述べました。第1部は49題（数B24題、ベクトル25題）、第2部

は35題（数B20題、ベクトル15題）です。

どのようなテーマかがはっきり分かるように、一題ごとにタイトルをつけました（大きなタイトル／細かなタイトル の形式です）。

解答の**前文**として、そのページのテーマに関する重要手法や解法などをまとめました。前文を読むことで、一題の例題を通して得られる理解が鮮明になります。この前文が充実していることが本書の特長といえるでしょう。

解答は、一部の単純計算を除いてほとんど省略せずに、目で追える程度に詳しくしました。また解答の右側には、傍注（⇐ではじまる説明）で、解答の補足や、使った定理・公式等の説明を行いました。

演習題： 例題と同じテーマの問題を選びました。例題の数値を変えただけのような問題が中心です。例題の解答や解説を真似ればたいてい解いていけるはずですが、やや難しめの問題については、横にヒントを書きました。

また、目標時間を明示しましたが、ややきつめの設定になっています。この時間内に解ければ、例題の手法がよく頭に入って理解していると考えてよいでしょう。

演習題の解答： 第1部では分野ごとにまとめてあります。例題と同様に、詳しい解答を付けました。

本書で使う記号など：

◆注はすべての人のための、➡注は意欲的な人のための注意事項です。

■は関連する事項の補足説明などです。

また、

∴ ゆえに

∴ なぜならば

プレ1対1対応の演習

数学B+ベクトル 改訂版

目次

数学B

第1部	5
数 列	5
統計的な推測	25
◆	◆
第2部	47
第2部 演習題の解答	68

ベクトル(数学C)

第1部	77
平面のベクトル	77
空間のベクトル	103
◆	◆
第2部	121
第2部 演習題の解答	137

解答・解説：飯島康之、坪田三千雄

数列 公式など

【数列】

(1) 数列とは

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

のように、数を一列に並べたものを数列といい、数列の各数を項という。上の数列は $\{a_n\}$ と書き表す。

最初の項から順に第1項、第2項、……といい、第1項を初項という。

数列 $\{a_n\}$ において、第 n 項 a_n が n の式で表される時、これを $\{a_n\}$ の一般項という。

項の個数が有限である数列を有限数列といい、項の個数が有限でない（項がどこまでも限りなく続く）数列を無限数列という。

有限数列では、項の個数を項数、最後の項を末項という。

(2) 等差数列

初項 a から始めて、一定の数 d を加えると次の項が得られる数列を等差数列といい、 d をその公差という。

(3) 等比数列

初項 a から始めて、一定の数 r を掛けると次の項が得られる数列を等比数列といい、 r をその公比という。

(4) 階差数列

数列 $\{a_n\}$ に対して、

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

として得られる数列 $\{b_n\}$ を、数列 $\{a_n\}$ の階差数列という。

【数列の和】

(1) 和の記号 Σ

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \text{ を } \sum_{k=1}^n a_k \text{ と書く。}$$

(2) 等差数列の和

$$(\text{等差数列の和}) = \frac{(\text{初項}) + (\text{末項})}{2} \cdot (\text{項数})$$

(3) 等比数列の和

(公比) $\neq 1$ のとき、

$$\begin{aligned} (\text{等比数列の和}) &= (\text{初項}) \cdot \frac{1 - (\text{公比})^{\text{項数}}}{1 - (\text{公比})} \\ &= (\text{初項}) \cdot \frac{(\text{公比})^{\text{項数}} - 1}{(\text{公比}) - 1} \end{aligned}$$

(公比) $= 1$ のとき、

$$(\text{等比数列の和}) = (\text{初項}) \cdot (\text{項数})$$

(4) 和の公式

$$\bullet \sum_{k=1}^n c = nc \quad \text{とくに, } \sum_{k=1}^n 1 = n$$

$$\bullet \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$\bullet \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$\bullet \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$$

(5) 数列の和と一般項

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると、

$$n=1 \text{ のとき, } a_1 = S_1$$

$$n \geq 2 \text{ のとき, } a_n = S_n - S_{n-1}$$

【漸化式】

例えば，数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1=1, a_{n+1}=2a_n+n$$

を満たすとしよう．

$$a_2=2a_1+1=2+1=3$$

$$a_3=2a_2+2=2\cdot 3+2=8$$

.....

となり，順次 $a_2, a_3, \dots$ の値がただ 1 通りに定まる．したがって，数列 $\{a_n\}$ は， $a_1=1, a_{n+1}=2a_n+n$ によって定められる．

$a_{n+1}=2a_n+n$ のように， a_n の値を順次決めていくことができる式を漸化式という．

【数学的帰納法】

自然数 n に関する命題が，すべての自然数 n に対して成り立つことを証明するには，次の 2 つのことを示せばよい．

[1] $n=1$ のときこの命題が成り立つ．

[2] $n=k$ のときこの命題が成り立つと仮定すると， $n=k+1$ のときもこの命題が成り立つ．

◆ 1 数列／書き並べた数列の一般項を n で表す

(ア) 次の数列は、3で割ると1余る正の整数を小さい順に並べたものである。この数列 $\{a_n\}$ の一般項を n で表せ。答のみでよい。

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, ……

(イ) 以下の有限数列の一般項を n で表すことを考える。一般項として適するものを1つ求めよ。答えのみでよい。

(1) 1, 4, 9, 16, 25, 36

(2) $\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{16}, \frac{11}{32}$

(3) $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{7}{9}, \frac{15}{17}, \frac{31}{33}, \frac{63}{65}$

数列とは 正の奇数を小さい順に並べると

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, …… ①

となる。このように数を一列に並べたものを数列といい、数列に現れる各数を数列の項という。

数列の一般項 数列を一般的に表すには、1つの文字に項の番号を右下に添えて、

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots$

のように書く(右下の字を添字(そえじ)という)。 a_1 を初項(第1項)、 a_2 を第2項などといい、 n 番目の項 a_n を第 n 項という。また、この数列を第 n 項に $\{ \}$ をつけて $\{a_n\}$ と表すことが多い。

つまり、 $\{a_n\}$: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots$

$\{a_n\}$ は、 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, \dots$) と表すこともある。

①の数列を $\{a_n\}$ とすると、第 n 項は、 $a_n=2n-1$ と表せる ($n=1$ のとき $a_1=2 \cdot 1 - 1 = 1$ 、 $n=2$ のとき $a_2=2 \cdot 2 - 1 = 3$ で、確かに順に1, 3になっている)。

このように、数列 $\{a_n\}$ において、第 n 項 a_n が n の式で表されるとき、これを数列 $\{a_n\}$ の一般項という。この例の場合は $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=2n-1$ である。 **ひ・つ・た・し n 番目の項 ($=a_n$) でないと、一般項とはいわないことに注意しよう** ($2n+1$ は、 $n+1$ 番目の項なので $\{a_n\}$ の一般項ではない)。

1, 4, 9, 16, 25, 36, …… の一般項は n^2 とは限らない 初めの数項が与えられただけでは、一般項は1つに決まらない。この場合、 $n^2 + (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)$ も OK である。

■ 解 答 ■

(ア) $a_n=3n-2$

⇒注 3で割って1余る整数は $3n+1$ と表せるが、 $n=1$ のとき4であり、初項でなく第2項なので、 $3n+1$ は一般項ではない。

■(ア)の数列は、この一般項を用いて、 $\{3n-2\}$ と表すこともできる。

(イ) [(3)は、分母+分子= 2^{n+1} 、分母-分子=2に着目して、]

(1) n^2 (2) $\frac{2n-1}{2^{n-1}}$ (3) $\frac{2^n-1}{2^n+1}$

◆ 1 演習題 (解答は p.20)

(ア) 次の数列 $\{a_n\}$ は、4で割ると1余る正の整数を小さい順に並べたものである。一般項は、 $\square$ である。 1, 5, 9, 13, 17, 21, ……

(イ) (1) 1, -4, 9, -16, 25, -36 の一般項として、 $\square$ は適する。

(2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}, \frac{4}{17}, \frac{5}{22}, \frac{2}{9}$ の一般項として、 $\square$ は適する。

(イ)(2) 約分された分数が並んでいる。

🕒 5分

数列 演習題の解答

1 (ア) 4で割って1余る整数は、4ごとに現れるので $4n + \square$ の形をしている。 $a_1=1$ より、 $4 \cdot 1 + \square = 1$ であり、 $\square = -3$ と分かる。

(イ) (1) 「 n^2 」に符号をつけたものであることはすぐに気づくだろう。奇数番目が1、偶数番目が-1となる数列の一般項は、 $(-1)^{n-1}$ である。

(2) 分母の2, 7; 17, 22を見ると、約分する前の分母は5ずつ増えていると見当がつくだろう。

解 (ア) 4で割ると1余る正の整数の数列

$\{a_n\}$: 1, 5, 9, 13, 17, 21, ……

の一般項は、 $a_n = 4n - 3$ である。

(イ) (1) 1, -4, 9, -16, 25, -36

の一般項として、 $(-1)^{n-1}n^2$ は適する。

(2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}, \frac{4}{17}, \frac{5}{22}, \frac{2}{9}$

は、 $\frac{1}{2}, \frac{2}{7}, \frac{3}{12}, \frac{4}{17}, \frac{5}{22}, \frac{6}{27}$

と同じであるから、一般項として、 $\frac{n}{5n-3}$ は適する。

2 等差数列で、初項や公差が分かっていないときは、それらを a, d と設定しよう。

解 (ア) (前半) 初項を a とすると、公差は4であるから、 $\{a_n\}$ の一般項は、

$$a_n = a + (n-1) \cdot 4$$

$$a_{10} = -1 \text{ より、} -1 = a + 9 \cdot 4 \quad \therefore a = -37$$

$$\text{よって、} a_n = -37 + 4(n-1) = 4n - 41$$

(後半) $a_n = 83$ のとき、 $4n - 41 = 83$

$$\therefore 4n = 124 \quad \therefore n = 31$$

よって83は、この数列の第31項である。

(イ) 初項を a 、公差を d とすると、 $a_n = a + (n-1)d$

$$a_7 = -8 \text{ より、} a + 6d = -8 \quad \cdots \cdots \cdots \text{①}$$

$$a_{13} = 34 \text{ より、} a + 12d = 34 \quad \cdots \cdots \cdots \text{②}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ より、} 6d = 42 \quad \therefore d = 7$$

$$\text{①に代入して、} a = -8 - 6d = -50$$

したがって、

$$a_n = -50 + (n-1) \cdot 7 = 7n - 57$$

3 (ア) 項数を求めて計算する。

(イ) 初項、末項、項数を求める。

(ウ) 初項と公差を設定し、一般項を利用しよう。

解 (ア) この等差数列を $\{a_n\}$ とする。初項は

$a_1 = 97$ 、公差は -3 であるから、一般項は

$$a_n = 97 + (n-1) \cdot (-3) = -3n + 100$$

$$a_n = -2 \text{ のとき、} -3n + 100 = -2$$

$$\therefore 3n = 102 \quad \therefore n = 34$$

よって、求める和は、

$$\frac{97 + (-2)}{2} \cdot 34 = 95 \cdot 17 = 1615$$

注 初項97、末項-2、公差-3の項数は、「植木算」

を使うと、 $\frac{-2 - 97}{-3} + 1 = 34$

(イ) 1から200までの整数のうち、5で割ると2余る数を順に並べると、

$$5 \cdot 0 + 2, 5 \cdot 1 + 2, 5 \cdot 2 + 2, \dots, 5 \cdot 39 + 2$$

となる。これは初項2、末項197、項数40の等差数列であるから、求める和 S は、

$$S = \frac{2 + 197}{2} \cdot 40 = 199 \cdot 20 = 3980$$

(ウ) この数列を $\{a_n\}$ 、初項を a 、公差を d とすると、

$$a_n = a + (n-1)d$$

初項から第5項までの和が20、第3項から第7項までの和が-10であるから、

$$\frac{a + (a+4d)}{2} \cdot 5 = 20, \quad \frac{(a+2d) + (a+6d)}{2} \cdot 5 = -10$$

$$\therefore a + 2d = 4, \quad a + 4d = -2$$

$$\therefore d = -3, \quad a = 10$$

したがって、初項は10、公差は-3である。

■ $\{a_n\}$ が等差数列のとき、たとえば、

$$a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$$

の平均は中央項 a_5 (一般に連続する奇数個の項の平均は中央項) という見方ができる。

本問に適用すると、次のように解くことができる。

$a_1 \sim a_5$ の和が20であるから、その平均4は中央項 a_3 に等しく、 $a_3 = 4$

$a_3 \sim a_7$ の和が-10であるから、その平均-2は中央項 a_5 に等しく、 $a_5 = -2$

$$a_5 = a_3 + 2d \text{ より、} d = (a_5 - a_3) \div 2 = -3$$

$$a_3 = a_1 + 2d \text{ より、} a = a_1 - 2d = 4 + 6 = 10$$

4 等比数列で、初項や公比が分かっていないときは、それらを a, r と設定しよう。

◆ 1 確率変数／確率分布，期待値（平均），分散

赤玉 5 個，白玉 3 個が入っている袋から，無作為に 3 個の玉を取り出すとき，その中に含まれる赤玉の個数を X とする．

- (1) X の確率分布を求めよ．
 (2) X の期待値と分散を求めよ．

確率分布とは 確率変数 X のとりうる値が $x_1, x_2, \dots, x_n$ の n 個で， $X=x_k$ ($k=1, 2, \dots, n$) となる確率 $P(X=x_k)$ が p_k のとき，この値の組を右のように表にしたものを X の確率分布という．例題では， X は 3 個の玉の中の赤玉の個数なので，0, 1, 2, 3 のいずれかである（それぞれの確率を計算する）．

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_{n-1}	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_{n-1}	p_n	1

期待値（平均）と分散の定義 X の確率分布が上の表であるとき，

$$\text{期待値（平均）} \quad E(X) = \sum_{k=1}^n x_k p_k$$

$$\text{分散} \quad V(X) = \sum_{k=1}^n (x_k - m)^2 p_k \quad [= (x_k - m)^2 \text{ の平均}] \quad \text{ただし, } m = E(X)$$

■ 解 答 ■

- (1) 8 個の玉すべてを区別するとき，3 個の玉の取り出し方は

$${}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 56 \text{ 通りあり, これらは同様に確からしい. このうち,}$$

- $X=0$ (赤 0 白 3) となるものは ${}_5C_0 \cdot {}_3C_3 = 1$ 通り
- $X=1$ (赤 1 白 2) となるものは ${}_5C_1 \cdot {}_3C_2 = 5 \cdot 3 = 15$ 通り
- $X=2$ (赤 2 白 1) となるものは ${}_5C_2 \cdot {}_3C_1 = 10 \cdot 3 = 30$ 通り
- $X=3$ (赤 3 白 0) となるものは ${}_5C_3 \cdot {}_3C_0 = 10$ 通り

であるから，確率は順に

$$\frac{1}{56}, \frac{15}{56}, \frac{30}{56} = \frac{15}{28}, \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$$

確率分布は右表．

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{28}$	1

⇨「取り出し方」とは，3 個の玉の組合せ．

⇨ここでは約分しておく．

$$(2) \quad E(X) = 0 \cdot \frac{1}{56} + 1 \cdot \frac{15}{56} + 2 \cdot \frac{30}{56} + 3 \cdot \frac{10}{56} = \frac{15+60+30}{56} = \frac{105}{56} = \frac{15}{8}$$

⇨約分する前の数値を書くと分母がそろうので計算しやすい．

$$\begin{aligned} V(X) &= \left(0 - \frac{15}{8}\right)^2 \cdot \frac{1}{56} + \left(1 - \frac{15}{8}\right)^2 \cdot \frac{15}{56} + \left(2 - \frac{15}{8}\right)^2 \cdot \frac{30}{56} + \left(3 - \frac{15}{8}\right)^2 \cdot \frac{10}{56} \\ &= \frac{1}{56} \cdot \frac{1}{8^2} (15^2 + 7^2 \cdot 15 + 1^2 \cdot 30 + 9^2 \cdot 10) = \frac{225 + 735 + 30 + 810}{56 \cdot 8^2} \\ &= \frac{1800}{56 \cdot 8^2} = \frac{225}{448} \end{aligned}$$

⇨分散の計算については，◆2 も参照．

◆ 1 演習題（解答は p.42）

白球 7 個，黒球 3 個が入っている袋から，同時に 5 球を取り出し，その中に含まれる白球の数を X とするとき，

- (1) X の確率分布を求めよ．
 (2) X の平均と分散を求めよ．

（姫路工大）

🕒 12 分

統計的な推測 演習題の解答

1 (1) 黒球が3個なので、5個取り出すと白球は2個以上含まれる。

(2) 定義通りに計算する。

解 (1) 白球7個、黒球3個の合計10個の球をすべて区別するとき、取り出す5球の組合せは

$${}_{10}C_5 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 9 \cdot 4 \cdot 7$$

(通り) ある。黒球が3個なので、白球の数 X は2以上であり、

• $X=2$ (白2黒3) となる取り出し方は

$${}_7C_2 \cdot {}_3C_3 = 7 \cdot 3 \text{ (通り)}$$

• $X=3$ (白3黒2) となる取り出し方は

$${}_7C_3 \cdot {}_3C_2 = 7 \cdot 5 \cdot 3 \text{ (通り)}$$

• $X=4$ (白4黒1) となる取り出し方は

$${}_7C_4 \cdot {}_3C_1 = {}_7C_3 \cdot 3 = 7 \cdot 5 \cdot 3 \text{ (通り)}$$

• $X=5$ (白5黒0) となる取り出し方は

$${}_7C_5 \cdot {}_3C_0 = {}_7C_2 = 7 \cdot 3 \text{ (通り)}$$

だから、確率は順に

$$\frac{7 \cdot 3}{9 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{1}{12}, \quad \frac{7 \cdot 5 \cdot 3}{9 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{5}{12}, \quad \frac{5}{12}, \quad \frac{1}{12}$$

確率分布は下表。

X	2	3	4	5	計
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	1

$$(2) \quad E(X) = 2 \cdot \frac{1}{12} + 3 \cdot \frac{5}{12} + 4 \cdot \frac{5}{12} + 5 \cdot \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{12} (2 + 15 + 20 + 5) = \frac{42}{12} = \frac{7}{2}$$

$$V(X) = \left(2 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{12} + \left(3 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{5}{12}$$

$$+ \left(4 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{5}{12} + \left(5 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2^2} (3^2 + 5 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1^2 + 3^2) = \frac{28}{12 \cdot 2^2}$$

$$= \frac{7}{12}$$

2 分散は、公式 (2乗の期待値 - 期待値の2乗) を使う方が計算しやすい。

解 $X=1, 2, \dots, 8$ となる確率はいずれも $\frac{1}{10}$, $X=9$

となる確率が $\frac{1}{5}$ だから、

$$E(X) = (1+2+\dots+8) \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 9 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{5} = \frac{18+9}{5} = \frac{27}{5}$$

$$E(X^2) = (1^2+2^2+\dots+8^2) \cdot \frac{1}{10} + 9^2 \cdot \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 17 \cdot \frac{1}{10} + 81 \cdot \frac{1}{5} = \frac{102+81}{5} = \frac{183}{5}$$

よって、

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{183}{5} - \left(\frac{27}{5}\right)^2$$

$$= \frac{1}{5^2} (183 \cdot 5 - 27^2) = \frac{1}{5^2} (915 - 729)$$

$$= \frac{186}{25}$$

3 (1) Bの目の数を Y_1 , Cの目の数を Y_2 とすると、 $Y=Y_1+Y_2$ である。このことと、期待値・分散の性質、例題の結果を用いる。

解 (1) サイコロBの目の数を Y_1 , Cの目の数を Y_2 とすると、 Y_1 と Y_2 は独立で $Y=Y_1+Y_2$ だから、期待値・分散の性質から、

$$E(Y) = E(Y_1+Y_2) = E(Y_1) + E(Y_2),$$

$$V(Y) = V(Y_1+Y_2) = V(Y_1) + V(Y_2)$$

例題の結果を用いると

$$E(Y_1) = E(Y_2) = \frac{7}{2}, \quad V(Y_1) = V(Y_2) = \frac{35}{12}$$

であるから、

$$E(Y) = 2E(Y_1) = 7, \quad V(Y) = 2V(Y_1) = \frac{35}{6}$$

(2) $Z=X+3Y+5$ のとき、 X と Y は独立なので

$$E(Z) = E(X+3Y+5) = E(X) + 3E(Y) + 5$$

$$= \frac{7}{2} + 3 \cdot 7 + 5 = \frac{59}{2}$$

$$V(Z) = V(X+3Y+5) = V(X) + 3^2V(Y)$$

$$= V(X) + 9V(Y) = \frac{35}{12} + 9 \cdot \frac{35}{6}$$

$$= \frac{35}{12} + \frac{630}{12} = \frac{665}{12}$$

あとがき

「大学への数学」の本は、ほとんどが受験生対象の本で、高校1年生が使うには、かなりキツイ本ばかりでした。

そこで、教科書と併用して自習できるような本を作ろうということで本書が出来上がりました。自習するには、分量が多いとやる気が起こらない人が少なくないので（筆者もそうです）、分厚くならないようにしました。

解答・解説は分かり易いことを心がけましたが、100点満点だと言い切る自信はありません。まだまだ改善の余地があるかもしれません。お気づきの点があれば、どしどしご質問・ご指摘をしてください。

本書の質問があれば、「東京出版・大数Q係」宛（住所は下記）にお寄せください。

原則として封書（宛名を書いた、切手付の返信用封筒を同封のこと）を使用し、1通につき1件でお送りください（電話番号、学年を明記して、できたら在学（出身）校・志望校も書いてください）。

なお、ただ漠然と‘この解説が分かりません’という質問では適切な回答ができませんので、‘この部分が分かりません’とか‘私はこう考えたがこれでよいのか’というように具体的にポイントをしばって質問するようにしてください（以上の約束が守られないものにはお答えできないことがありますので注意してください）。

毎月の「大学への数学」や増刊号と同様に、読者のみなさんのご意見を反映させることによって、100点満点の内容になるよう充実させていきたいと思っています。

（坪田）

大学への数学

プレ1対1対応の演習／数学B＋ベクトル [改訂版]

令和5年3月1日 第1刷発行

編者 東京出版編集部

発行者 黒木憲太郎

発行所 株式会社 東京出版

〒150-0012 東京都渋谷区広尾 3-12-7

電話 03-3407-3387 振替 00160-7-5286

<https://www.tokyo-s.jp/>

製版所 日本フィニッシュ

印刷所 光陽メディア

製本所 技秀堂

©Tokyo shuppan 2023 Printed in Japan

ISBN978-4-88742-271-1（定価はカバーに表示してあります）