はじめに

『1対1対応の演習』シリーズは，

　　入試の標準問題を確実に解ける力

をつけてもらおうというねらいで作った本ですが，教科書とのギャップが少なからずあります．そこで，

　　教科書レベルから入試の基本レベル

　　の橋渡しになる本

として『$\boxed{\text{プレ}}$1対1対応の演習』シリーズを作りました．

『$\boxed{\text{プレ}}$1対1対応の演習』シリーズは，教科書の章末問題レベルを確実に解けるようになり，さらに入試の基本レベルへとステップアップしてもらおうというねらいで作った本です．

問題は，その分野を一通り理解するのに必要な是非とも解いておきたいものに絞り，できるかぎりコンパクトにまとめました．

第1部と第2部の2部構成で，第2部では入試の基本問題を扱いました．

原則として第1部において，教科書に載っている項目は一通り扱う方針で編集しました．扱っている問題は，教科書の章末問題に載っているような問題が中心です．そのような問題に対する詳しい解答を付けただけではありません．問題をどう解いていくか，そのアプローチの仕方にスポットを当てました．また，教科書をもっていることを前提として解説しています．定理をどう活用して問題を解いていくか，ということに主眼をおいているので，定理の証明は原則として載せていません．また，定義や用語の説明などは各分野について「公式など」でコンパクトに扱いましたが，公式の証明など省略したものもあるので，各自必要に応じて教科書を見てください．

本シリーズを終えた後は，『1対1対応の演習』シリーズに進むことで，無理なく入試のレベルを知ることができるでしょう．

本書を活用して実力アップに役立てて頂ければ幸いです．

本書の構成と利用法

坪田三千雄

本書のタイトルにある‘$\boxed{\text{プレ}}$1対1対応’の‘1対1対応’の意味から説明しましょう．

まず例題（四角で囲ってある問題）によって，例題のテーマにおいて必要になる知識や手法を確認してもらいます．その上で，例題と同じテーマで1対1に対応した演習題によって，その知識，手法を問題で適用できる程に身についたかどうかを確認しつつ，一歩一歩前進してもらおうということです．

本書は，第1部と第2部の2部構成になっています．

第1部：　各分野について，コンパクトに公式などをまとめたページを用意しました．次に，各分野を一通り理解する上で，まず当たっておきたい問題を精選しました．扱う問題のレベルは，教科書の本文中にあるような例題から章末問題レベル程度です．なお，分野によってはそもそも扱っているテーマが難しめのものがあり（教科書の内容がやや高度ということ），第1部としては難しめの問題が入っている場合もあります．私大，2次試験で頻出のテーマに関するものは，第2部に回したテーマもあります．

第2部：　第1部を踏まえて，主に入試の基本レベルの問題を選びました．是非とも当たっておきたい問題によって，入試の基本レベルまでステップアップすることを目標としましょう．

次に例題と演習題などについて説明しましょう．

入試問題を採用したときは大学名を明記しました．問題によっては空欄の形などを変えていますが，とくに断っていない場合もあります．

例題：　レベルについては上で述べました．第1部は47題，第2部は23題です．

どのようなテーマかがはっきり分かるように，一題ごとにタイトルをつけました（大きなタイトル／細かなタイトル　の形式です）．

解答の**前文**として，そのページのテーマに関する重要手法や解法などをまとめました．前文を読むことで，一題の例題を通して得られる理解が鮮明になります．この前文が充実していることが本書の特長といえるでしょう．

解答は，一部の単純計算を除いてほとんど省略せずに，目で追える程度に詳しくしました．また解答の右側には，傍注（⇦ではじまる説明）で，解答の補足や，使った定理・公式等の説明を行いました．

演習題：　例題と同じテーマの問題を選びました．例題の数値を変えただけのような問題が中心です．例題の解答や解説を真似ればたいてい解いていけるはずです．やや難しめの問題については，横にヒントを書きました．

また，目標時間を明示しましたが，ややきつめの設定になっています．この時間内に解ければ，例題の手法がよく頭に入って理解していると考えてよいでしょう．

演習題の解答：　第1部では分野ごとにまとめてあります．例題と同様に，詳しい解答を付けました．

本書で使う記号など：

⇒**注**はすべての人のための，➡**注**は意欲的な人のための注意事項です．

▨は関連する事項の補足説明などです．

また，

∴　ゆえに

∵　なぜならば

プレ 1対1対応の演習

数学I 改訂版

目　次

解答・解説：飯島康之、石井俊全、坪田三千雄

数と式
公式など

【指数法則】

m，n が整数のとき，次が成立する．

$a^m a^n = a^{m+n}$，$(a^m)^n = a^{mn}$，$(ab)^n = a^n b^n$

【多項式（整式）】

（１） 多項式（整式）とは

例えば，$2x^3 + ax^2 + bx + c$ を x についての３次の多項式（整式）という．（2，a，b，c を係数という．c は定数項ともいう．）定数 c も多項式（整式）である．

（２） 公式

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$ ……※

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

＊　　　＊

左辺から右辺を導くことを「展開する」，右辺から左辺を導くことを「因数分解する」という．

なお，※の展開については，公式を丸暗記するというより，右の計算手順を押さえておこう．

2次の係数　定数項

$(ax+b)(cx+d)$

1次の係数

【数について】

（１） 有理数とは

整数 m，n（$n \neq 0$）を用いて分数 $\dfrac{m}{n}$ の形で表される数を有理数という．また，分数のうち，それ以上約分できない分数を既約分数という．

（２） 無限小数とは

小数点以下の部分が限りなく続く小数を無限小数という．

$\dfrac{1}{7} = 0.142857142857\cdots = 0.\dot{1}4285\dot{7}$

となるが，このような同じ数の並びが繰り返し現れる無限小数を循環小数という．

（３） 有理数の分類

$\dfrac{1}{4} = 0.25$ のような小数を有限小数という．

有理数は整数，有限小数，循環小数のいずれかになる．逆に有限小数，循環小数は分数で表すことができ，有理数である．

（４） 実数の分類

整数と，有限小数または無限小数で表される数を合わせて実数という．実数のうち有理数でないものを無理数という．無理数は循環しない無限小数で表される数である．

$$\text{実数}\left\{\begin{array}{l}\text{有理数}\left\{\begin{array}{l}\text{整数}\\ \text{有限小数}\\ \text{循環小数}\end{array}\right.\\ \text{無理数}\cdots\text{循環しない無限小数}\end{array}\right.$$

無限小数

（５） 平方根の性質，計算

以下，$a \geqq 0$，$b \geqq 0$ とする

- $\sqrt{a}$（ルート a）とは $x^2 = a$ の０以上の解．
  （a の平方根は，$\pm\sqrt{a}$）
- $(\sqrt{a})^2 = a$，$\sqrt{a} \geqq 0$
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

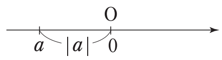
▨ 分母の有理化

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

同様にして，$\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

（３） 絶対値

- $|a|$ は数直線上で原点と点 a の距離を表す．



- $|a| = \begin{cases} a & (a \geqq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$
- $|xy| = |x||y|$，$\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$
- x が実数のとき，$|x|^2 = x^2$

▨ a が実数のとき，$\sqrt{a^2} = |a|$

【不等式】

（1） **不等式の基本性質**

- $a<b \Longrightarrow a+c<b+c$，$a-c<b-c$
- $a<b$，$b<c \Longrightarrow a<c$
- $a>0$ ならば，$x<y \Longleftrightarrow ax<by$
- $a<0$ ならば，$x<y \Longleftrightarrow ax>by$

（負の数を掛けたり，負の数で割ったりすると，不等号の向きが反対になることに注意）

（2） **実数と不等式**

a が実数ならば，$a^2 \geqq 0$

【集合】

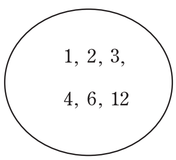
例えば，12 の正の約数全体という集合を考えてみよう．この集合は

$\{x \mid x$ は 12 の正の約数$\}$

と表すことができるが，要素を書き並べて

$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

と表すこともできる．



また，右図のような図（ベン図）で表すこともある．

（1） **記号**

$\{x \mid x$ は p を満たす$\}$…条件 p を満たす x 全体の集合

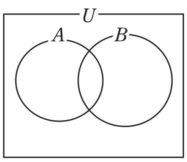
$a \in A$……a は集合 A の要素である

$A \subset B$……A は B の部分集合である（$\Longleftrightarrow$ A のどの要素も B に属する）

$A \cap B$……A と B の共通部分

$A \cup B$……A と B の和集合

（A，B の少なくとも一方に属する要素全体の集合）



$\overline{A}$……A の補集合（全体集合 U のうち，A に属さない要素全体の集合）

ϕ……空集合（要素をもたない集合）

（2） **ド・モルガンの法則**

$\boldsymbol{\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}}$，$\boldsymbol{\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}}$

（3） **和集合の要素の個数**

有限集合 X の要素の個数を $n(X)$ で表すと，

$\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$

（4） **補集合の要素の個数**

$\boldsymbol{n(\overline{A}) = n(U) - n(A)}$

【命題】

（1） **必要条件・十分条件**

条件 p，q について，命題「$p \Longrightarrow q$」（「p ならば q」）が真であるとき，

p は q であるための**十分条件**
q は p であるための**必要条件** という．

（2） **真理集合**

例えば，条件 p :「$x>1$」について，p をみたす x の集合 P は，$P=\{x \mid x>1\}$ と書けるが，この集合 P を「条件 p の**真理集合**」という．

一般に，条件 p，q の真理集合を P，Q とすると，

- 「$p \Longrightarrow q$」が真であることと，$P \subset Q$ が成り立つことは同じ

である．

条件 p の否定 $\overline{p}$ については，P の補集合 $\overline{P}$ がその真理集合である．

（3） **条件の否定**

- $\boldsymbol{\overline{p\ かつ\ q}}$ **は，「$\boldsymbol{\overline{p}}$ または $\boldsymbol{\overline{q}}$」**と同じ．
- $\boldsymbol{\overline{p\ または\ q}}$ **は，「$\boldsymbol{\overline{p}}$ かつ $\boldsymbol{\overline{q}}$」**と同じ．

⇨**注**　真理集合とド・モルガンの法則から分かる．

（4） **逆・裏・対偶**

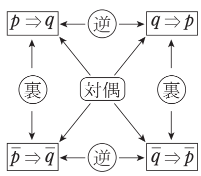
命題「$p \Longrightarrow q$」に対し，

$q \Longrightarrow p$ を，逆

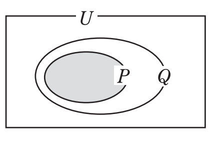
$\overline{p} \Longrightarrow \overline{q}$ を，裏

$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$ を，対偶

という．



「$p \Longrightarrow q$」が真であっても，その逆や裏は必ずしも真ではない．しかし，p，q の真理集合 P，Q について，$P \subset Q$ が成り立つことと $\overline{Q} \subset \overline{P}$ が成り立つことは同じであるから，「$p \Longrightarrow q$」が真であることと「$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$」が真であることは同じである．従って，ある命題の真偽は，その対偶の真偽と一致する．



◆1 指数法則

次の式を簡単にせよ．

（ア）　$a^3b^3c\times(-3a^2b)^2\times(-2ab^2)^2$　（帝塚山大）

（イ）　$\left(\dfrac{1}{3}xy^2\right)^2\times(-x^2y)^3$　（帝塚山大）

指数法則をしっかり頭に入れよう　m，n を正の整数とするとき，

①　$\boldsymbol{a^m\cdot a^n=a^{m+n}}$　　②　$\boldsymbol{(a^m)^n=a^{mn}}$　　③　$\boldsymbol{(ab)^n=a^nb^n}$

が成り立つ．これらを用いて各文字（(1)は a，b，c；(2)は x，y）の指数を計算し，可能な限り簡単な形にする．

上の①～③の a，b は数値でも文字でもよく，例えば③で $a=-2$ とすると，$(-2b)^n=(-2)^nb^n$ となる．なお，$(-2)^n=\begin{cases}2^n & (n：偶数)\\ -2^n & (n：奇数)\end{cases}$ である．

解 答

（ア）　$a^3b^3c\times(-3a^2b)^2\times(-2ab^2)^2$

$=a^3b^3c\times(-3)^2a^{2\times2}b^{1\times2}\times(-2)^2a^{1\times2}b^{2\times2}$　⇦$b=b^1$，$a=a^1$

$=a^3b^3c\times9a^4b^2\times4a^2b^4$

$=9\times4\times a^{3+4+2}b^{3+2+4}c$

$=\boldsymbol{36a^9b^9c}$

（イ）　$\left(\dfrac{1}{3}xy^2\right)^2\times(-x^2y)^3$

$=\left(\dfrac{1}{3}\right)^2x^{1\times2}y^{2\times2}\times(-1)^3x^{2\times3}y^{1\times3}$

$=\dfrac{1}{9}x^2y^4\times(-1)x^6y^3=-\dfrac{1}{9}x^{2+6}y^{4+3}$

$=\boldsymbol{-\dfrac{1}{9}x^8y^7}$

▨ 前文（指数法則）の①を $a^m\cdot a^n=a^{mn}$，②を $(a^m)^n=a^{(m^n)}$ とするのは誤り．
公式を忘れそうになったら，落ち着いて a の個数を数えよう．

①は，$a^m\cdot a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{a\text{が}m\text{個}}\times\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{a\text{が}n\text{個}}$ だから a^{m+n}

②は，$(a^m)^n=\underbrace{a^m\cdot a^m\cdot\cdots\cdot a^m}_{a^m\text{が}n\text{個}}\underset{①}{=}a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{m\text{が}n\text{個}}}=a^{mn}$

▨ 指数法則①②③は m，n が 0 以下でも成り立つ．なお，$a^0=1$，$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$　⇦$a^0=a^{m-m}=\dfrac{a^m}{a^m}=1$

◆1 演習題（解答は p.23）

次の式を簡単にせよ．

（ア）　$(2x^2y^3)^2\times\left(\dfrac{1}{2}xy\right)^3\times(-3x^2y)$　（徳島文理大）

（イ）　$\left(-\dfrac{1}{2}xy^2\right)^3\times(x^2y)^2\times(-3xy^2)$　（徳島文理大・理工）

（ウ）　$-(-3^2x^3y^4)^3\times\left(-\dfrac{1}{27}xy\right)$　（大阪学院大）

4分

数と式
演習題の解答

1 まずカッコをはずし，(定数)$\times x^{●}y^{▲}$ の形にする．

解 (ア) $(2x^2y^3)^2\times\left(\dfrac{1}{2}xy\right)^3\times(-3x^2y)$

$=4x^4y^6\times\dfrac{1}{8}x^3y^3\times(-3)x^2y$

$=\boldsymbol{-\dfrac{3}{2}x^9y^{10}}$

(イ) $\left(-\dfrac{1}{2}xy^2\right)^3\times(x^2y)^2\times(-3xy^2)$

$=-\dfrac{1}{8}x^3y^6\times x^4y^2\times(-3)xy^2$

$=\boldsymbol{\dfrac{3}{8}x^8y^{10}}$

(ウ) $-(-3^2x^3y^4)^3\times\left(-\dfrac{1}{27}xy\right)$

$=-(-1)^3\,3^6x^9y^{12}\times\left(-\dfrac{1}{3^3}\right)xy$

$=\boldsymbol{-27x^{10}y^{13}}$

▨ 定数，x の指数，y の指数をそれぞれ計算する，という方法もある（慣れるとこの方が速い）．例えば，

(ア) 定数…$2^2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\times(-3)=-\dfrac{3}{2}$

x の指数…$2\times2+1\times3+2=9$

y の指数…$3\times2+1\times3+1=10$

よって，答えは $-\dfrac{3}{2}x^9y^{10}$

2 (ア) 例題と同様に2通りの方法で計算してみる．

(イ) $(x^4+2x^3+3x^2+4x+5)$ を2つ書き並べ，x^5 の項が出る組合せを考える．

(ウ) $(a+2)^3$ の $a^{●}$ の項と $(b-3)^2$ の $b^{▲}$ の項の積が $a^{●}b^{▲}$ の項になる．

解 (ア) $(x^2-2x+3)(x^3+4x-5)$

$=x^2(x^3+4x-5)-2x(x^3+4x-5)+3(x^3+4x-5)$

$=(x^5+4x^3-5x^2)+(-2x^4-8x^2+10x)$

$\quad+(3x^3+12x-15)$

$=\boldsymbol{x^5-2x^4+7x^3-13x^2+22x-15}$

別解 $(x^2-2x+3)(x^3+4x-5)$

$=x^5-2x^4+(4+3)x^3+(-5-8)x^2$

$\quad+(10+12)x-15$

$=\boldsymbol{x^5-2x^4+7x^3-13x^2+22x-15}$

(イ) $(x^4+2x^3+3x^2+4x+5)^2$ の x^5 の項は，下の⌐から得られる．

$$(x^4+2x^3+3x^2+4x+5)(x^4+2x^3+3x^2+4x+5)$$

求める係数は，

$1\cdot4+2\cdot3+3\cdot2+4\cdot1=4+6+6+4=\boldsymbol{20}$

(ウ) $(a+2)^3(b-3)^2$

$=(a^3+3\cdot2a^2+\cdots)(b^2-6b+9)$

（１）　（２）

（１） $1\cdot(-6)=\boldsymbol{-6}$

（２） $6\cdot1=\boldsymbol{6}$

3 (ア) 与式を $\{x+(y-2z)\}\{x-(y-2z)\}$ とみると和と差の積の形になる．係数の符号だけが違うときはこうなることが多い．

(イ) $\{(a+2b)(a-2b)\}^3$ とみる．

(ウ) 例題(イ)と同様，2つずつ組み合わせて展開する．$(x+4)(x-1)\times(x+2)(x+1)$ とすれば，それぞれ展開したときに1次の項が同じになる．

(エ)，(オ) $(a+b+c)^2$ の展開公式を使う．(オ)では同類項をまとめるのを忘れないように．

解 (ア) $(x+y-2z)(x-y+2z)$

$=\{x+(y-2z)\}\{x-(y-2z)\}$

$=x^2-(y-2z)^2$

$=x^2-(y^2-4yz+4z^2)$

$=\boldsymbol{-4z^2+4yz+x^2-y^2}$

▨ z について降べきの順に整理せよ，という指示があるので，与式のカッコ内それぞれを z について整理するのもよい．

$(x+y-2z)(x-y+2z)$

$=\{-2z+(x+y)\}\{2z+(x-y)\}$

$=-4z^2+\{-2(x-y)+2(x+y)\}z$

$\quad+(x+y)(x-y)$

$=-4z^2+4yz+x^2-y^2$

(イ) $(a+2b)^3(a-2b)^3=\{(a+2b)(a-2b)\}^3$

$=(a^2-4b^2)^3$

◆1 因数分解／x^2 の多項式

次の式を因数分解せよ．ただし，係数は有理数の範囲とする．

（ア） x^4-10x^2+9

（イ） x^4+x^2+1

複2次式の因数分解 x^2 の2次式（x^4 の項，x^2 の項，定数項だけの式）を複2次式という．ここでは，複2次式の因数分解を扱う．

（ア）は，x^2 をかたまりとみるタイプである．つまり，$x^2=X$ とおくと X の2次式 $X^2-10X+9$ になり，これは X の1次式（2つ）の積に因数分解される．このあと x の式に戻すことを忘れないようにしよう．また，さらに因数分解されることがある．

（イ）は，上記の方針ではできない．このような場合は，x^4 の項と定数項を“平方完成”してみよう．例題では，$(x^2+1)^2$ か $(x^2-1)^2$ になる（どちらも，展開すると x^4+1 が出てきて，x^4 の項と定数項が因数分解すべき式と一致する）．

$$x^4+x^2+1=(x^2+1)^2-x^2\cdots\cdots①,\ x^4+x^2+1=(x^2-1)^2+3x^2\cdots\cdots②$$

上の①，②のうち，因数分解できる（和と差の積の形）のは①である．

解 答

（ア） $x^4-10x^2+9=(x^2)^2-10x^2+9$

$=(x^2-1)(x^2-9)$

$=\boldsymbol{(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)}$

（イ） $x^4+x^2+1=(x^2+1)^2-x^2=\{(x^2+1)+x\}\{(x^2+1)-x\}$

$=\boldsymbol{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}$

▨（イ）の x^2+x+1，x^2-x+1 は有理数係数の範囲ではこれ以上因数分解できない．もしできるとすると，$(x-\alpha)(x-\beta)$（α，β は有理数）の形になり，$x^2+x+1=0$，$x^2-x+1=0$ は有理数解をもつことになる．しかし，判別式を計算するとそれぞれ $1^2-4\cdot1=-3<0$，$(-1)^2-4\cdot1=-3<0$ となるので実数解がなく，従って有理数解もない．

⇦実数解がないので，実数係数の範囲にしてもこれ以上因数分解できない．

1 演習題 （解答は p.107）

次の式を因数分解せよ．ただし，係数は有理数の範囲とする．

（ア） x^4-2x^2-8

（イ） x^4+64 （東京聖栄大／空欄省略）

（ウ） $x^4-18x^2y^2+y^4$ （共愛学園前橋国際大）

（エ） x^6-1 （倉敷芸術科学大）

（ウ） $(x^2+y^2)^2$ か $(x^2-y^2)^2$ を考える．

10分

第2部 演習題の解答

1 (ア)は $x^2=X$ とおくタイプ，(イ)(ウ)は例題の(イ)タイプ．(エ)は $(x^3)^2-1$ とみる．

解 (ア) $x^4-2x^2-8=(x^2)^2-2x^2-8$

$=(x^2-4)(x^2+2)=\boldsymbol{(x+2)(x-2)(x^2+2)}$

(イ) $x^4+64=(x^2+8)^2-16x^2$

$=(x^2+8)^2-(4x)^2$

$=\{(x^2+8)+4x\}\{(x^2+8)-4x\}$

$=\boldsymbol{(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)}$

(ウ) $x^4-18x^2y^2+y^4=(x^2-y^2)^2-16x^2y^2$

$=\boldsymbol{(x^2+4xy-y^2)(x^2-4xy-y^2)}$

(エ) $x^6-1=(x^3)^2-1=(x^3+1)(x^3-1)$

$=\boldsymbol{(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)}$

⇨**注** (エ)は $(x^2)^3-1$ とみてもよい．

$(x^2)^3-1=(x^2-1)(x^4+x^2+1)$

$=(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

[後半は例題(イ)の結果を用いた]

2 (ア) a と b を求める．$10a-a$，$100b-b$ を計算しよう．

(イ) $0.\dot{a}\dot{b}$ と $0.\dot{b}\dot{a}$ を分数で表す．

(ウ) まず，$\dfrac{1}{7}$ を循環小数で表す．

解 (ア) $a=0.8\dot{3}$，$b=0.\dot{5}\dot{4}$

$$\begin{array}{rrl} & 10a &= 8.3333\cdots \\ -) & a &= 0.8333\cdots \\ \hline & 9a &= 7.5 \end{array} \qquad \begin{array}{rrl} & 100b &= 54.545454\cdots \\ -) & b &= 0.545454\cdots \\ \hline & 99b &= 54 \end{array}$$

より，$a=\dfrac{7.5}{9}=\dfrac{75}{90}=\dfrac{5}{6}$，$b=\dfrac{54}{99}=\dfrac{6}{11}$

$$a+b=\frac{5}{6}+\frac{6}{11}=\frac{55+36}{66}=\boldsymbol{\frac{91}{66}},\quad ab=\boldsymbol{\frac{5}{11}}$$

(イ)
$$\begin{array}{rrl} & 100\times0.\dot{a}\dot{b} &= ab.abab\cdots \\ -) & 0.\dot{a}\dot{b} &= 0.abab\cdots \\ \hline & 99\times0.\dot{a}\dot{b} &= ab \end{array}$$

同様に，$99\times0.\dot{b}\dot{a}=ba$

よって，$0.\dot{a}\dot{b}=\dfrac{10a+b}{99}$，$0.\dot{b}\dot{a}=\dfrac{10b+a}{99}$

また，$0.\dot{0}\dot{9}=\dfrac{9}{99}\left(=\dfrac{1}{11}\right)$ であるから，条件より

$$\frac{10a+b}{99}+\frac{10b+a}{99}=1,\quad \frac{10a+b}{99}-\frac{10b+a}{99}=\frac{9}{99}$$

$\therefore$ $11(a+b)=99$，$9(a-b)=9$

$\therefore$ $a+b=9$，$a-b=1$

答えは，$\boldsymbol{a=5}$，$\boldsymbol{b=4}$

⇨**注** 条件は次のように書ける．

$$\begin{array}{rrl} & 0.\dot{a}\dot{b} &= 0.abab\cdots \\ +) & 0.\dot{b}\dot{a} &= 0.baba\cdots \\ \hline & & 0.9999 \end{array} \qquad \begin{array}{rrl} & 0.\dot{a}\dot{b} &= 0.abab\cdots \\ -) & 0.\dot{b}\dot{a} &= 0.baba\cdots \\ \hline & & 0.0909\cdots \end{array}$$

左側から，$a+b=9$

右側は $\begin{array}{rr} & ab \\ -) & ba \\ \hline & 9 \end{array}$ ということだから

$(10a+b)-(10b+a)=9$ $\therefore$ $9(a-b)=9$

このようにして求めてもよいだろう．

(ウ) 右の計算より

$$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$$

で，小数点以下6桁ごとの繰り返しになる．

$50=6\times8+2$ であるから，小数点以下50桁目は，142857の2番目の数で，

4

$$\begin{array}{r} 0.1428571\cdots \\ 7\,\overline{)\,1.0} \\ 7 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 20 \\ 14 \\ \hline 60 \\ 56 \\ \hline 40 \\ 35 \\ \hline 50 \\ 49 \\ \hline 10 \\ 7 \\ \hline 3 \end{array}$$

3 (ア) $\sqrt{35}$ の前に2を作る．ヒントの変形がポイント．

(イ) 二重根号をはずして解いてみる．

解 (ア) $\sqrt{6-\sqrt{35}}=\sqrt{\dfrac{12-2\sqrt{35}}{2}}$

[$a+b=12$，$ab=35$，$a>b$ のとき $a=7$，$b=5$]

$$=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{2}}$$

(イ) $a=\sqrt{8-3\sqrt{7}}=\sqrt{\dfrac{16-2\sqrt{63}}{2}}$

[$p+q=16$，$pq=63$，$p>q$ のとき $p=9$，$q=7$]

$$=\frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{14}}{2}$$

(1) $\dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{3\sqrt{2}-\sqrt{14}}=\dfrac{2(3\sqrt{2}+\sqrt{14})}{(3\sqrt{2}-\sqrt{14})(3\sqrt{2}+\sqrt{14})}$

$$=\frac{2(3\sqrt{2}+\sqrt{14})}{18-14}=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{14}}{2}$$

あとがき

「大学への数学」の本は，ほとんどが受験生対象の本で，高校１年生が使うには，かなりキツイ本ばかりでした．

そこで，教科書と併用して自習できるような本を作ろうということで本書が出来上がりました．自習するには，分量が多いとやる気が起こらない人が少なくないので（筆者もそうです），分厚くならないようにしました．

解答・解説は分かり易いことを心がけましたが，100 点満点だと言い切る自信はありません．まだまだ改善の余地があるかもしれません．お気づきの点があれば，どしどしご質問・ご指摘をしてください．

本書の質問があれば，「東京出版・大数Ｑ係」宛（住所は下記）にお寄せください．

原則として封書（宛名を書いた，切手付の返信用封筒を同封のこと）を使用し，**１通につき１件**でお送りください（電話番号，学年を明記して，できたら在学（出身）校・志望校も書いてください）．

なお，ただ漠然と‘この解説が分かりません’という質問では適切な回答ができませんので，‘この部分が分かりません’とか‘私はこう考えたがこれでよいのか’というように具体的にポイントをしぼって質問するようにしてください（以上の約束が守られないものにはお答えできないことがありますので注意してください）．

毎月の「大学への数学」や増刊号と同様に，読者のみなさんのご意見を反映させることによって，100 点満点の内容になるよう充実させていきたいと思っています．

（坪田）

大学への数学
プレ 1対1対応の演習／数学Ⅰ ［改訂版］
令和 4 年 2 月 16 日　第１刷発行

編　者　東京出版編集部
発行者　黒木美左雄
発行所　株式会社　東京出版
〒150-0012　東京都渋谷区広尾 3-12-7
電話 03-3407-3387　振替 00160-7-5286
https://www.tokyo-s.jp/

製版所　日本フィニッシュ
印刷所　光陽メディア
製本所　技秀堂

ISBN978-4-88742-260-5 （定価はカバーに表示してあります）