



## はじめに

本書は、共通テストの空欄補充問題について、解答時間を短縮し得点をアップすることにつなげようという主旨の本です。

共通テストは試行調査を見ると、センター試験と同様に、きちっと数学の勉強をしている人が時間をかけて慎重に解いていくなれば、正解に達するようなものばかりです。入試の基本～標準レベルの問題で構成されています。しかし、数学に相当な自信がある人でも、満足するような点はとりにくいでしょう。その大きな理由は、試験時間のわりに、処理しなければならない問題が多すぎることです。

時間短縮のためには、形式を逆手にとるしかないでしょう。数学の問題というものは、もともと穴埋め形式でなくても解けるように作られているのが普通です。ところが、穴埋め形式だと、答えが整数か否かわかってしまうなど、本来問題が解けるのに必要な条件よりも過剰なヒントが与えられていることが多いのです。正統的な数学の問題から見れば、こういった穴埋め形式の問題は欠陥問題といってもよいでしょう。この“穴”を逆手にとって、穴に隠された有益な情報などを活用しようということです。

たとえば、整数解を求めるとき空欄に1桁の整数が入ることが前提なら、いざとなったら、10通りのしらみつぶしで答えが分かります。また、答えの空欄が1つだけなら答えは1つだけが前提と考えてよいので、答えを「見つける」だけでよく、それ以外の解がないことを証明する必要はありません。

また、記述式なら「整式を求めよ」となる設問でも、穴埋め式なら、例えば「 $\square x + \square$ 」とするしかなく、1次式ということも分かっていることになるのです。

本書では、各分野で穴埋め形式の問題でよく出題されるテーマを中心に、まず身につけたい方法を解説したうえで、時間短縮に有効な手法や公式などを紹介していくことにします。

# 共通テスト・穴埋め対策 必勝マニュアル

数学ⅡB [2021年受験用]

## 目次

|                  |     |
|------------------|-----|
| はじめに             | 1   |
| 本書の構成            | 4   |
| <b>Tactics 編</b> |     |
| 穴埋め形式の積極的活用      | 6   |
| 穴埋めのルール          | 7   |
| マークの記入の仕方        | 8   |
| <b>実践 Tool 編</b> |     |
| § 1 式の計算と方程式など   | 10  |
| § 2 指数・対数関数      | 28  |
| § 3 三角関数         | 44  |
| § 4 微分と積分        | 58  |
| § 5 ベクトル         | 84  |
| § 6 数列           | 102 |
| § 7 座標           | 124 |

## 本書の構成

### ① タクティクス編 (Tactics (方策) を練れ)

問題の解法がすぐに思い浮かばなかったり、計算が大変そうだったりする場合にはどうするのか、飛ばして他の問題に行くのか、それとも粘ってみるのか。

時間がなくて当てずっぽうでマークしなければならないとき、どうマークすれば当たる確率が高くなるのか。

試験場でこれらについて迷っている暇はない。

この編を読んで、このような実際に試験場で直面するであろう選択肢に迷わないように、確固たる方針をもって試験に臨もう。

### ② 実践ツール編 (Tool (道具) を持て)

問題を解くのに必要な基本事項、特別な公式や穴埋めの設問だから生かされる裏ワザ的な解法を、単元別にまとめてある。この編はくり返し読んでほしい。各ポイントにチェック欄 ☐ を設けたので、もう読まなくていいところ、あとでもう一度読んだ方がよいところ、直前にもう一度読んだ方がよいところなどを、自分なりの記号で区別をしておくとう効率がよいだろう。数学は暗記科目じゃないと思っている人も、知っているとか解く時間が短縮できるなど思った公式は、覚えてしまおう。共通テストのときだけ覚えておいて、終わったら忘れてしまえばよいのだ。

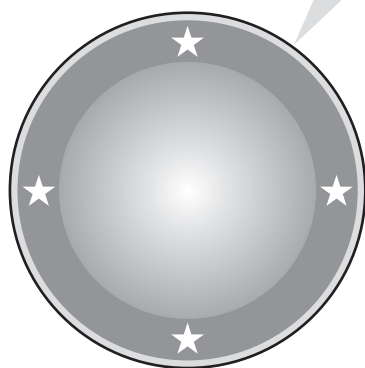
また、各単元の最後には「実践演習」と称し、本書の Tool を最大限に適用した解答例を示した。自分の本番でもこういうふうには満点が取れるんだと、成功を信じて何回も読むことで、ツキを呼び込もう。イメージトレーニングとして使うとよい。

なお、とりあげた問題は、主にセンター試験で出されたものである。

### ▶ 注意：

(共通テストの試行調査を見る限り) 数ⅡBでは、③(数列)、④(ベクトル)、⑤(確率分布と統計的な推測) から2問を選択する。本書では、多くの大学が2次試験で数学Bの出題範囲を「数列」「ベクトル」としているのを考慮し、「確率分布と統計的な推測」を省略した。

# Tactics編



## Tactics 編

- 穴埋め形式の積極的活用… 6
- 穴埋めのルール…………… 7
- マークの記入の仕方………… 8

## 穴埋めのルール

(試行テストの)問題冊子の“記入上の注意”に書かれている答え方のルールで、覚えておかなければならないのは次だけである。

### ① 既約分数で答え、符号(−)は分子に付ける。根号は簡約形で

$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$  で、 $-\frac{2}{3}$  と答えたいときは、 $\text{ア}=-$ 、 $\text{イ}=2$ 、 $\text{ウ}=3$  と入れる。

例えば  $4\sqrt{2}$  と答えるところを  $2\sqrt{8}$  と答えてはいけない。

なお小数は指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答える。

また、問題冊子の“記入上の注意”には書かれていないが、暗黙のルールであると思われるものは以下の通り。

### ② 違和感のある表現

#### (i) 多項式の係数

「 $\boxed{\phantom{00}}x^3 - \boxed{\phantom{00}}x^2 + \boxed{\phantom{00}}x + 2$ 」の  $\boxed{\phantom{00}}$  に 0, 1 が入ることはない。また、第2項以降の  $\boxed{\phantom{00}}$  に負の数が入ることはない。ただし、 $x^3$  の  $\boxed{\phantom{00}}$  には−だけが入ることがある。

また、「 $(x-a)(x^2+px+q)=0$  のとき、 $p=\boxed{\phantom{00}}$ 、 $q=\boxed{\phantom{00}}$ 」のように文字を介した場合は、 $\boxed{\phantom{00}}$  に 0 や 1 や 負の数が入ってもよい。

#### (ii) 1 の場合

穴に 1 を入れて、 $1x$ 、 $x^1$ 、 $\frac{a}{1}$ 、 $\sqrt{1}$  となるようなものはあり得ない。

#### (iii) 簡約形で

$\boxed{\text{アイ}}:\boxed{\text{ウ}}$  であるからといって、7:3 をわざと 14:6 にして答えることもない。7:3 は誤答ということになる。

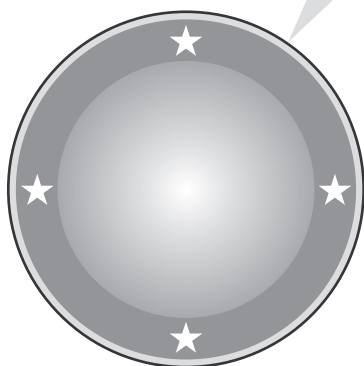
#### (iv) 0 について

個数で 0 個ということはない。長さが 0 であることもない。

②は穴埋めの際の絞り込みとして使えるだろう。また、穴を埋めようとしたとき、上で示した禁則に触れるような穴の埋め方しかできない場合は、計算間違いであると思ってよい。

あと、特に穴で注意すべきことは、同じ名前の穴が前後して登場する場合である。前の穴が答えるべき穴で、後ろの穴は、問題の条件のひとつになっているのだ。この場合、後ろの穴は文字が細くなっているので見た目にもわかりやすいはずだ。が、緊張していると間違えることもあるので注意しよう。

# 実践Tool編



## 実践 Tool 編

- § 1 式の計算と方程式など… 10
- § 2 指数・対数関数…………… 28
- § 3 三角関数…………… 44
- § 4 微分と積分…………… 58
- § 5 ベクトル…………… 84
- § 6 数列 …………… 102
- § 7 座標 …………… 124

# §1 式の計算と方程式など

□1 整式の筆算は、 $x$ を書かないで済ましてしまおう。

例えば、 $x^2-2x+4$ を $x+3$ で割る筆算は、左下のようにすると習ったはずだ。しかし、どこに $x$ の何乗の項の係数が書いてあるかという“位取り”さえ気を付ければ、係数だけを見て計算を済ますことができる。 $x$ を書いているだけ時間の無駄である。注意しなければならないのは、 $x^3-2x+4$ などといった、次数順に見て途中の項が抜けている例である。係数を取り出すときに、1, 0, 2, 4というように、 $x^2$ の係数0を補う必要がある。また、逆に係数1, 0, 2, 4から多項式を作り直すときも、注意しよう。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 x-5 \\
 x+3 \overline{) x^2-2x+4} \\
 \underline{x^2+3x} \phantom{+4} \\
 -5x+4 \\
 \underline{-5x-15} \\
 19
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \quad -5 \\
 1 \quad 3 \overline{) 1 \quad -2 \quad 4} \\
 \underline{1 \quad 3} \phantom{+4} \\
 -5 \quad 4 \\
 \underline{-5 \quad -15} \\
 19
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 \text{商 } x-5 \\
 \text{余り } 19
 \end{array}
 \end{array}$$

□2 文字係数の整式どうしのかけ算、割り算ができるようになれ。

文字式の扱いに慣れている人にとって、この注意は不用かも知れない。ただ、実際には $x$ 以外の文字が入ると、整式の割り算ができなくなったり、間違ってしまったたりする人が続出するのだ。

$x$ 以外の文字は、具体的な数と思う

ことを徹底して、整式の割り算を遂行して欲しい。

$x^3+(a+2)x^2-4x-4a+8$ を $x^2+bx-a^2$ で割ったときの商と余りを求めよ。

例によって $x$ を省略した筆算をすると、

|                |   |         |                   |                      |
|----------------|---|---------|-------------------|----------------------|
|                |   | 1       | $a-b+2$           |                      |
| 1 $b$ $-a^2$ ) | 1 | $a+2$   | $-4$              | $-4a+8$              |
|                | 1 | $b$     | $-a^2$            |                      |
|                |   | $a-b+2$ | $a^2-4$           | $-4a+8$              |
|                |   | $a-b+2$ | $b(a-b+2)$        | $-a^2(a-b+2)$        |
|                |   |         | $a^2-ab+b^2-2b-4$ | $a^3-a^2b+2a^2-4a+8$ |

商は  $x+a-b+2$ ，余りは  $(a^2-ab+b^2-2b-4)x+a^3-a^2b+2a^2-4a+8$  となる．特に 1 段目の商で  $a-b+2$  が立つところをまごつかないように，4 段目から，1， $b$ ， $-a^2$  を何倍かしたものを 5 段目に書いて引くのだが，このとき，2 次の項の  $a-b+2$  がいっぺんに消えるように，商（1 段目の数）を選ばなくてはいけぬのだ． $a$  や  $-b$  だと，6 段目で 2 次の係数が 0 にはならず，残ってしまう． $x$  以外の文字は格が一緒で，どちらが偉いということもない． $a$  だけが消えたり， $b$  だけが消えたりするのではいけない． $a$  も  $b$  も一緒に消えなければいけない．商の中に， $a-b+2$  というような， $a$  と  $b$  の入り交じった式が入ってきても，一向に構わない．これはカタマリで 1 つの数だと思えばよいのである．整式の割り算では，常に最高次（4 段目と 5 段目の計算では 2 次）の係数が消えるように，商の係数を決めていかなければいけない．

この計算は，できるまで練習しよう．

$A$  を  $B$  で割った商と余りを求めよ．

(1)  $A=5x^3+2ax^2+abx+b-1$ ， $B=x+3$

(2)  $A=2x^3+(a+2)x^2+(3a+2)x+a+\frac{1}{a}$

$B=x^2+x+b$

(3)  $A=x^3+2ax^2+3bx+5c$ ， $B=x^2+x+1$

(4)  $A=x^4-(c-2)x^3-(3c-1)x^2+(2c^2+5c+8)x+c^2+2c+2$

$B=x^2-cx+1$

(5)  $A=x^4-(a+8)x^2-2ax+4a+1$ ， $B=x^2-2x-a$

(6)  $A=x^3+4ax^2+(4-b)x+c$ ， $B=x^2+2ax+2a$

(1) 商  $5x^2+(2a-15)x+(ab-6a+45)$  余り  $-3ab+18a+b-136$

(2) 商  $2x+a$  余り  $(2a-2b+2)x-ab+a+\frac{1}{a}$

(3) 商  $x+2a-1$  余り  $(-2a+3b)x-2a+5c+1$

(4) 商  $x^2+2x-c$  余り  $(c^2+5c+6)x+c^2+3c+2$

(5) 商  $x^2+2x-4$  余り  $-8x+1$



(6) 商  $x+2a$  余り  $(-4a^2-2a-b+4)x-4a^2+c$

□3 整式の割り算において、割る式が1次式で、余りだけを聞かれているときは、剰余の定理を使え。

[剰余の定理]

$x$  の整式  $f(x)$  を  $(x-\alpha)$  で割った余りは、 $f(\alpha)$

特に、 $x$  の整式  $f(x)$  が  $(x-\alpha)$  で割り切れるときは、 $f(\alpha)=0$ ……☆

(例)  $x^3+3x^2-2x-5$  を  $(x-2)$  で割った余りは

$$f(2)=2^3+3\times 2^2-2\times 2-5=11$$

$f(\alpha)$  は、 $f(x)$  の  $x$  に  $\alpha$  を代入したものなので、 $f(\alpha)$  にはもう  $x$  が入っていないことに注意。  $\alpha$  は数でなくても、 $x$  以外の文字が入った式でもよい。

この定理を使うと、筆算をしなくても余りが求まるので手早い。ただし、商まで聞かれたときは、やはり筆算を行わなくてはならない。

$x$  の整式  $A=5x^3+2ax^2+abx+b-1$  を  $x+3$  で割ったときの余りは、

アイ  $a$  - ウ  $ab+b$  - エオカ である。

あわてて  $f(3)$  を計算してはいけない。割る式は  $(x+3)=\{x-(-3)\}$  なのだから、余りは、整式  $A$  の  $x$  に  $-3$  を代入して、

$$5(-3)^3+2a(-3)^2+ab(-3)+b-1=18a-3ab+b-136$$

☆は、逆も成り立ち、因数定理と呼ばれる。すなわち、整式  $f(x)$  について、

「 $f(\alpha)=0$ 」 $\iff$ 「整式  $f(x)$  は  $(x-\alpha)$  で割り切れる」

特に、 $\alpha$  が分数  $\frac{n}{m}$  ( $m, n$  は互いに素な整数) のときは、 $f(x)$  は

$(x-\frac{n}{m})$  で割り切れる。  $f(x)$  は  $(mx-n)$  で割り切れ、さらに  $f(x)$  が整数係数であれば、商も整数係数の整式となる。

$f(\frac{1}{2})=0$  ならば、 $x$  の整式  $f(x)$  は (ア  $x$  - イ) で割り切れる。

ア = 2, イ = 1

## 実践演習 (目標時間 20 分)

座標平面上の 2 点  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 1)$  を通る直線を  $l_1$  とする. また, 方程式  $x^2 + y^2 + 6x - 12y + 36 = 0$  が表す円を  $C_1$  とする.

(1)  $l_1$  の方程式は  $x - \boxed{\text{ア}}y + \boxed{\text{イ}} = 0$  である. また,  $C_1$  の中心は  $(\boxed{\text{ウエ}}, \boxed{\text{オ}})$  で, 半径は  $\boxed{\text{カ}}$  である.

(2)  $C_1$  上の点  $P(a, b)$  に対して, 三角形  $ABP$  の重心  $G$  の座標を  $(s, t)$  とおくと,  $a = \boxed{\text{キ}}s - \boxed{\text{ク}}$ ,  $b = \boxed{\text{ケ}}t - \boxed{\text{コ}}$  である. したがって,  $P$  が  $C_1$  上を動くとき,  $G$  の軌跡は中心

$(\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}})$ , 半径  $\boxed{\text{タ}}$  の円となる.

(3) (2) で求めた円を  $C_2$  とする. 点  $Q$  が  $C_2$  上を動き, 点  $R$  が線分  $AB$  上を動くとき, 線分  $QR$  の長さの最小値と最大値を求めよう.

$C_2$  の中心を通り, 直線  $l_1$  と垂直な直線  $l_2$  の方程式は

$\boxed{\text{チ}}x + \boxed{\text{ツ}}y - 1 = 0$  である.  $l_1$  と  $l_2$  の交点は, 線分  $AB$  を

1 :  $\boxed{\text{テ}}$  に内分することがわかる. よって,  $l_2$  は線分  $AB$  と交わるので,

$QR$  の長さの最小値は  $\frac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}} - \boxed{\text{タ}}$  である.

$QR$  の長さが最大となるとき  $R$  の座標は  $(\boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}})$  である.

したがって, 最大値は  $\frac{\boxed{\text{ハ}}\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}} + \boxed{\text{タ}}$  である.

## 【解答の実況中継】

(1) まずは  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 1)$  を通る直線  $l_1$  の式を求めるのか. ア, イを  $m, n$  として,  $x - my + n = 0$  に  $A, B$  の座標を代入して  $m, n$  を求めるのがはやそうだ.  $-1 - 0 + n = 0$ ,  $2 - m + n = 0$  だから,  $n = 1$ ,  $m = 3$ . よって,  $l_1: x - 3y + 1 = 0$  ……① だ.

次に,  $C_1$  の式を  $x, y$  について平方完成して,

$(x+3)^2 + (y-6)^2 = 3^2$  ……②. この中心は  $S(-3, 6)$ , 半径は 3.

(2)  $P(a, b)$  に対して,  $\triangle ABP$  の重心  $G(s, t)$  は,

$s = \frac{-1+2+a}{3}$ ,  $t = \frac{0+1+b}{3}$  だから,  $a = 3s - 1$ ,  $b = 3t - 1$  ……③

$G$  の軌跡は,  $s, t$  の満たす関係式から求まるから,  $a, b$  を消去だ.

$P(a, b)$  は  $C_1$  上の点だから, ③の  $P$  の座標を②に代入して,

$$(3s-1+3)^2 + (3t-1-6)^2 = 3^2 \quad \therefore (3s+2)^2 + (3t-7)^2 = 3^2$$

## あとがき

共通テストは、問題設定のための文章や誘導のための文章などが長いでしょうから、そこから必要な情報を取り出す時間がかかり、試験時間が厳しいと考えられます。問題の主旨が分かったら、素早く答えを埋めたい、あるいは、共通テストレベルを効率よく身につけたい、そんな要求にこたえようというのが本書です。

共通テストレベルを押さえるのに、教科書から始めるのは効率が悪いでしょう。どこが重要で、どんなタイプの問題を押さえて行けばよいのかが書かれていないからです。そこで本書では各単元で押さえておきたいポイント（ツール）を、印象深く、要領よくまとめました。それが、枠で囲った網掛けの部分です。各単元を初めから読んでみて、もしも分からないところが出てきたら教科書などにあたきましょう。最初に教科書に取り組むのではなく、本書から取り組む方が効率的なはずです。

また、共通テストでは、各問の最後の設問は、難易度が高い割に配点がさほど高くないものが出される可能性が高いです。そんな設問では、解答がすぐに思い浮かばない場合や、時間がかかりそうだなと思った場合には、とりあえず飛ばしてあとに回した方がよいでしょう。あまり意気込むと、ブレーキが利かなくなるものです。柔軟な姿勢で臨みましょう。

本書が皆さんのお役に立つことを願ってやみません。

---

共通テスト・穴埋め対策必勝マニュアル  
数学ⅡB [2021 年受験用]

---

令和 2 年 8 月 26 日 第 1 刷発行

---

定 価 本体 1,050 円＋税

---

編 者 東京出版編集部

---

発行人 黒木美左雄

---

印刷所 光陽メディア

---

発行所 東京出版

---

〒150-0012 東京都渋谷区広尾 3-12-7

---

電話 (03) 3407-3387

---

振替 00160-7-5286

---

<https://www.tokyo-s.jp/>

---

©Tokyo shuppan 2020 Printed in Japan

---

ISBN978-4-88742-250-6