



本書は、共通テストの空欄補充問題について、解答時間を短縮し得点をアップすることにつなげようという主旨の本です。

共通テストは試行調査を見ると、センター試験と同様に、きっと数学の勉強をしている人が時間をかけて慎重に解いていくならば、正解に達するようなものばかりです。入試の基本～標準レベルの問題で構成されています。しかし、数学に相当な自信がある人でも、満足するような点はとりにくいでしまう。その大きな理由は、試験時間のわりに、処理しなければならない問題が多すぎることです。

時間短縮のためには、形式を逆手にとるしかないでしょう。数学の問題というものは、もともと穴埋め形式でなくても解けるように作られているのが普通です。ところが、穴埋め形式だと、答えが整数か否かわからってしまうなど、本来問題が解けるのに必要な条件よりも過剰なヒントが与えられていることが多いのです。正統的な数学の問題から見れば、こういった穴埋め形式の問題は欠陥問題といってよいでしょう。この“穴”を逆手にとって、穴に隠された有益な情報などを活用しようということです。

たとえば、整数解を求めるとき空欄に1桁の整数が入ることが前提なら、いざとなったら、10通りのしらみつぶしで答えが分かります。また、答えの空欄が1つだけなら答えは1つだけが前提と考えてよいので、答えを「見つける」だけによく、それ以外の解がないことを証明する必要はありません。

また、記述式なら「整式を求めよ」となる設問でも、穴埋め式なら、例えば「 $\boxed{}x + \boxed{}$ 」とするしかなく、1次式ということも分かっていることになるのです。

本書では、各分野で穴埋め形式の問題でよく出題されるテーマを中心に、まず身につけたい方法を解説したうえで、時間短縮に有効な手法や公式などを紹介していくことにします。

◆共通テスト・穴埋め対策 必勝マニュアル

数学ⅠA [2021年受験用]

◆目 次

はじめに	1
本書の構成	4
Tactics 編		
穴埋め形式の積極的活用	6
穴埋めのルール	7
マークの記入の仕方	8

実践 Tool 編

§ 1 方程式と不等式、集合と命題	10
§ 2 2次関数	40
§ 3 図形と計量	56
§ 4 確率	78
§ 5 図形の性質	98
§ 6 整数の性質	120
§ 7 データの分析	138

本書の構成

① タクティクス編 (Tactics (方策) を練れ)

問題の解法がすぐに思い浮かばなかったり、計算が大変そうだったりする場合にはどうするのか。飛ばして他の問題に行くのか。それとも粘ってみるのか。

時間がなくて当てずっぽうでマークしなければならないとき、どうマークすれば当たる確率が高くなるのか。

試験場でこれらについて迷っている暇はない。

この編を読んで、このような実際に試験場で直面するであろう選択肢に迷わないように、確固たる方針をもって試験に臨もう。

② 実践ツール編 (Tool (道具) を持て)

問題を解くのに必要な基本事項、特別な公式や穴埋めの設問だから生かされる裏ワザ的な解法を、単元別にまとめてある。この編はくり返し読んでほしい。各ポイントにチェック欄 を設けたので、もう読まなくていいところ、あとでもう一度読んだ方がよいところ、直前にもう一度読んだ方がよいところなどを、自分なりの記号で区別をしておくと効率がよいだろう。数学は暗記科目じゃないと思っている人も、知っていると解く時間が短縮できるなと思った公式は、覚えてしまおう。共通テストのときだけ覚えておいて、終わったら忘れてしまえばよいのだ。

また、各単元の最後には「実践演習」と称し、本書の Tool を最大限に適用した解答例を示した。自分の本番でもこういうふうに満点が取れるんだと、成功を信じて何回も読むことで、ツキを呼び込もう。イメージトレーニングとして使うとよい。

なお、とりあげた問題は、主にセンター試験で出されたものである。

Tactics編

Tactics 編

穴埋め形式の積極的活用……… 6

穴埋めのルール…………… 7

マークの記入の仕方…………… 8

穴埋め形式の積極的活用

数学の問題というのは、もともと穴埋め形式でなくても解けるように作られているのが普通である。ところが、共通テストの数学では、解答方式が空欄補充になっているので、答えのおおまかな形が与えられてしまったり、答えが整数か否かがわからてしまったりと、本来問題が解けるのに必要な条件よりも過剰なヒントが与えられている場合が多い。まともな数学の問題から見れば、こういった穴埋め形式の問題は欠陥問題といってよいだろう。この“穴”を逆手にとり、穴に隠された有益な情報を積極的に読み込んでいくことで、速く、正確に、解答に辿り着こうというのが、この本の基本ポリシーのひとつである。

では、穴のどこに着目するか。

① 穴の周りにヒントがある

記述式なら「整式を求めよ。」となる設問でも、穴埋め式だと、例えば「 $\boxed{\quad}x + \boxed{\quad}$ 」とするしかない。答えが半分与えられているのだ。答えがこの形であることを前提に、本来の解答の筋道を逆に辿ることもできる。例えば、2次関数の□4、図形と計量の□1、□2、図形の性質の□1などを見よ。

② 穴には整数が入る

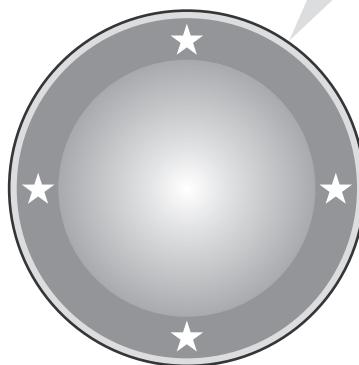
共通テストの1セットは、いわば巨大な整数問題であるといってもよい。穴に入るのは、ヒトけたの数なのか、2けたの数なのか、穴に入る数字の個数にも気を配りたい。ヒトけたであれば入る数は高々10個。シラミツブシも可能である。また、2つ以上マークする場合は一番左にー、±が入ることがあることに留意しておこう。

③ 論証はいらない

記述式の設問で、「求めよ。」という場合には、解がそれだけしかないとまで示さなければならないが、穴埋め式では、穴の個数しか解がないことを前提としてよい。そのことを証明する必要がないばかりでなく、逆にヒントとして使ってしまってもよい。例えば、p.131の問題を見よ。

ただし、確率の問題に関してはこのスジの積極的利用は望めない。計算間違いのチェックに使えるくらいである。確率だけは記述式と同じと覚悟を決めて取り掛かるしかない。

実践Tool編



実践 Tool 編

§ 1	方程式と不等式、集合と命題	10
§ 2	2次関数	40
§ 3	図形と計量	56
§ 4	確率	78
§ 5	図形の性質	98
§ 6	整数の性質	120
§ 7	データの分析	138

§ 1 方程式と不等式、集合と命題

□1 x, y の対称式は、 $x+y, xy$ を主役に計算せよ。

2 文字 x, y に関する整式 P で x と y を入れ替えたとき、項を並べ替えれば全体として元の式 P と同じになるものを、 x, y の対称式という。

x, y の対称式は、必ず $x+y$ と xy で表すことができる。対称式の値を求める際は、 $x+y$ と xy を主役に計算すると楽になることが多い。

$$(1) \quad x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, \quad y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \text{ であるとき,}$$

$3x^2 - 5xy + 3y^2 = \boxed{\text{アイウ}}$ である。

$$(2) \quad x = \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{8}}, \quad y = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{8}} \text{ のとき,}$$

$x^3 - y^3 = \boxed{\text{エオカ}} \sqrt{\boxed{\text{ヰ}}}$ である。

$$(1) \quad x+y = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{2(3+2)}{3-2} = 10, \quad xy = 1 \text{ により,}$$

$$3x^2 - 5xy + 3y^2 = 3(x+y)^2 - 11xy = 3 \times 10^2 - 11 = 289$$

(2) $X = -x, Y = y$ とおくと、 X, Y の対称式に直せる。

$$X+Y = \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{8}+\sqrt{6}) + (\sqrt{8}-\sqrt{6})}{(\sqrt{8}-\sqrt{6})(\sqrt{8}+\sqrt{6})} = \frac{2\sqrt{8}}{2} = 2\sqrt{2},$$

$$XY = \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{6}} = \frac{1}{8-6} = \frac{1}{2} \text{ であるから,}$$

$$x^3 - y^3 = -(X^3 + Y^3) = -\{(X+Y)^3 - 3XY(X+Y)\}$$

$$= -\left\{ (2\sqrt{2})^3 - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \right\} = -13\sqrt{2}$$

□2 $\sqrt{5}$ の小数部分は $\sqrt{5} - 2$

例えば、「 $\sqrt{3}$ の小数部分の 2 乗を求めよ」という際に、 $\sqrt{3}$ の小数部分を $0.732\cdots$ とすると行き詰ってしまう。

$A (>0)$ の小数部分は、 $A - (A$ の整数部分 $)$

とするのがポイントである。 $\sqrt{3}$ の小数部分は、 $\sqrt{3} \approx 1.732$ であるから、 $\sqrt{3} - 1$ である。したがって、 $\sqrt{3}$ の小数部分の 2 乗は、 $(\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ である。

• $\sqrt{\quad}$ の近似値

$$\sqrt{2} \approx 1.41421356 \text{ (一夜一夜に人見頃)}$$

$$\sqrt{3} \approx 1.7320508 \text{ (人並みにおごれや)}$$

$$\sqrt{5} \approx 2.2360679 \text{ (富士山麓オウム鳴く)}$$

$$\sqrt{6} \approx 2.44949 \text{ (似よ, よくよく)}$$

$$\sqrt{7} \approx 2.64575 \text{ ([菜] に虫いない)}$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2.82843 \text{ (ニヤニヤ読み)}$$

$$\sqrt{10} \approx 3.1622 \text{ ([トリコロールは] 三色に並ぶ)}$$

• 分母の有理化

$$\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})(\sqrt{a} \mp \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a - b} \text{ (複号同順)}$$

$\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、

$$a^2 - 4ab - b^2 = [\text{ア}] - [\text{イ}] \sqrt{[\text{ウ}]} \text{ である。}$$

まずは分母を有理化して、 $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3} + 1$

よって、 $a=2$ 、 $b=(\sqrt{3}+1)-a=\sqrt{3}-1$ であるから、

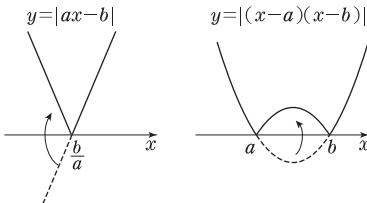
$$a^2 - 4ab - b^2 = 2^2 - 4 \times 2 \times (\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}-1)^2 = 8 - 6\sqrt{3}$$

□3 絶対値入りの方程式・不等式は原則としてグラフを活用せよ。

とくに、絶対値が入っている不等式を式だけで解くときには注意を要する。そこで、グラフを活用するのが安全である。グラフを描く際のポイントに、次の2つがある。

1° $y=|f(x)|$ のグラフは、 $y=f(x)$

のグラフの $y < 0$ の部分を x 軸に関して折り返したもの ($y \geq 0$ の部分はそのまま) になる。



例えば、右図のようになる。

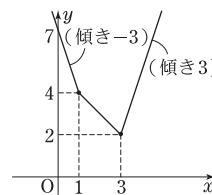
2° 「絶対値記号の中身が1次式(1次の係数は正)」

の形のグラフは1本の折れ線である。このことは、絶対値記号をはずせば1次以下の関数になる、すなわちパーツは線分や半直線になることから納得できる。

例えば、 $y=|x-1|+2|x-3|$ のグラフは、

折れまがる点を結んだ線分と左右の

2本の半直線をつなぎた折れ線



を描けばよい。「折れまがる点は絶対値の中身=0」を満たす。よって、

$x=1$, $x=3$ で折れまがり、それらの座標は $(1, 4)$, $(3, 2)$ である。左右の2本の半直線の方程式は、絶対値記号の中身がオール正、またはオール負であることから、さらっと計算できる。

$$x \geq 3 \text{ のとき, } y = (x-1) + 2(x-3) = 3x-7$$

$$x \leq 1 \text{ のとき, } y = -(x-1) - 2(x-3) = -3x+7$$

オール正の半直線を $y=f(x)$ とすると、オール負のほうの半直線は $y=-f(x)$ となる。

なお、 $1 \leq x \leq 3$ における式が欲しければ、点 $(1, 4)$, $(3, 2)$ を通る直線の方程式として立式すればよい。

(1) $x^2 - 2x - 1 > |2x - 4|$ を満たす実数 x の範囲は、

$$x < -\sqrt{\boxed{\text{ア}}} \text{ または } \boxed{\text{イ}} < x \text{ である。}$$

(2) $|x-2| + |x-5| \leq 5$ を満たす実数 x の範囲は、

$$\boxed{\text{ウ}} \leq x \leq \boxed{\text{エ}} \text{ である。}$$

実践演習 (目標時間 20 分)

空欄に当てはまる最も適切なものを次の①～④の中から一つ選べ。

- ① 必要条件であるが十分条件でない
- ② 十分条件であるが必要条件でない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

- (1) 箱ひげ図をかいたときに中央値（メジアン）が箱のちょうど真ん中にくることは、平均値と中央値が等しいことの **ア**。
- (2) 0 以上 100 未満の値をとる変量のデータがあり、その大きさは 100 であるとする。0 から 100 までの範囲を 0 以上 10 未満のように幅 10 の階級で区切り、ヒストグラムを作る。このヒストグラムが左右対称になることはこのデータの平均値と中央値が一致するための **イ**。
- (3) 変量 x のデータがあり、その大きさは n 、平均値は m であるとする。このデータに新たな測定値 a を追加して大きさ $n+1$ の新しいデータを作ること、その平均値が $\frac{m+a}{2}$ となることは $n=1$ であるための **ウ**。
- (4) 変量 x のデータ x_1, x_2, \dots, x_{100} がある。このデータの分散が 0 であることは 100 個の測定値がすべて等しいための **エ**。
- (5) 変量 x, y のデータがあり、それらの標準偏差が 0 でないとする。 x と y のデータの共分散が負であることは x と y のデータの相関係数が負であるための **オ**。

【解答の実況中継】

データの分析に関する必要十分の問題か。確実に成り立つかどうか慎重に判断する必要があるな。

(1), (2) は平均値と中央値に関する命題か。平均値と中央値は“無関係”なことが多いから、“必要条件でも十分条件でもない”になるのかな。

そういうば、平均値は箱ひげ図の箱の中に入ることは限らないという話もあったな（例えば、0 が 49 個、100 が 50 個、10000 が 1 個のとき、 $Q_3=100$ 、平均 = 150 で、平均は箱の中に入らない）。

平均を m と書くことにしよう。

(1) $p: Q_2 = \frac{Q_1 + Q_3}{2}$, $q: m = Q_2$ か。 $p \Rightarrow q$ は不成立だろうし、

$q \Rightarrow p$ も不成立だろうから、答えは、④のはず。反例を探しておこう。

あとがき

共通テストは、問題設定のための文章や誘導のための文章などが長いでしょうから、そこから必要な情報を取り出す時間がかかり、試験時間が厳しいと考えられます。問題の主旨が分かったら、素早く答えを埋めたい、あるいは、共通テストレベルを効率よく身につけたい、そんな要求にこたえようというのが本書です。

共通テストレベルを押さえるのに、教科書から始めるのは効率が悪いでしょう。どこが重要で、どんなタイプの問題を押さえて行けばよいのかが書かれていませんからです。そこで本書では各単元で押さえておきたいポイント（ツール）を、印象深く、要領よくまとめました。それが、枠で囲った網掛けの部分です。各単元を初めから読んでみて、もしも分からぬところが出てきたら教科書などにあたりましょう。最初に教科書に取り組むのではなく、本書から取り組む方が効率的なはずです。

また、共通テストでは、各問の最後の設問は、難易度が高い割に配点がさほど高くないものがでられる可能性が高いです。そんな設問では、解答がすぐに思い浮かばない場合や、時間がかかりそうだなっと思った場合には、とりあえず飛ばしてあとに回した方がよいでしょう。あまり意気込むと、ブレーキが利かなくなるものです。柔軟な姿勢で臨みましょう。

本書が皆さんのお役に立つことを願ってやみません。

共通テスト・穴埋め対策必勝マニュアル
数学ⅠA [2021年受験用]

令和2年8月26日 第1刷発行

定 價 本体 1,050 円+税

編 者 東京出版編集部

発行人 黒木美左雄

印刷所 光陽メディア

発行所 東京出版

〒150-0012 東京都渋谷区広尾3-12-7

電話 (03) 3407-3387

振替 00160-7-5286

<https://www.tokyo-s.jp/>

©Tokyo shuppan 2020 Printed in Japan

ISBN978-4-88742-249-0