はじめに

難関校受験生向けの月刊誌「大学への数学」では，1957 年の創刊以来，毎号（3 月号を除く）

学力コンテスト（学コン）

という，創作問題を出題し，読者が答案を送り，それを添削して返却，また，成績優秀者の氏名を誌上で発表するというコーナーを設けています．

全国の優秀な方々が応募され，試験とは違って時間制限もないので（締切はありますが），問題は難しめになり，それだけに，考えがいのある問題で，数学好きの高校生，大学受験生を魅了してきました．応募者の中からは，フィールズ賞を受賞された森重文先生を初めとする多くの高名な数学者が輩出され，また，他の分野でも，一線で活躍されている方々が多々いらっしゃいます．

答案を添削するスタッフ（学コンマン）も，読者時代は学コンで成績優秀者の常連だった人達ばかりで，

応募者→学コンマン⇨応募者→学コンマン⇨…

という学コンファンの流れが，連綿と受け継がれてきました．

2016 年 3 月に，学力コンテストの問題の中から，特に，解いて面白い，ためになる 50 問を精選して『考え抜く数学～学コンに挑戦～』を刊行しました．本書は，その続編に当たるもので，2005～2015 年に出題した問題の中から，前書よりも難度の高い 50 問を精選しました．

大学入試の標準～やや発展レベルの問題（入試問題を易しい方から 1～10 に分けたとして 6～8 程度）をこなせて（完璧に解けることまでは要求しません），さらに上を目指す人を読者として想定していますが，そのような人でも，手こずる問題が少なくないでしょう．しかし，簡単には解けない問題に対して，知識だけに頼らず，自分の頭で考え，手を動かして立ち向かっていくことにより，たとえ答えには至らなくても，思考力，発想力が養われていきます．そして，考える過程において，また，解き終えた後には，十分な満足感・充実感が得られることでしょう．

学力コンテストの問題の中には，入試のレベルを超える難問もありますが，本書では，超難問や，手間のかかりすぎる問題は取りあげていませんから，難関校の入試対策の完成に向けて，十分に効果があります．

また，とりあえず入試に向けての実力養成を第一目的とする人でも，「大学への数学」や学コンに取り組んでいるうちに，数学の面白さ，楽しさを再認識することができるでしょう．

本書を手に取った皆さんも，学コンの問題を考えることによって，自分の頭で考えることの充実感を味わっていただければと思います．また，月刊「大学への数学」の学力コンテストに応募されたことのない方は，本書をきっかけに，全国の学コン仲間の輪に加わりましょう．皆さんの御応募を心からお待ちしています．

／浦辺理樹

◆ 本書の構成と利用法 ◆

本書は，2005～2015 年の月刊「大学への数学」の学力コンテストから，50 問を精選したものです．範囲は数ＩＡⅡＢⅢ(数Ｂはベクトル，数列）です．数ＩＡⅡＢの範囲でも無理なく解ける問題の番号を次ページにまとめておきましたので，数Ⅲ未習の方は参考にしてください．

○問題編

● 問題

見た目の分野で分けてありますが，複数の分野にまたがるものや，例えば，外見は幾何の問題だがベクトルや座標が有効，といったものもあるかもしれないので，先入観を持たない方がよいでしょう．

どの分野から始めても，同じ分野内では，どの問題から解き始めても結構です．

難易度は，前ページでも述べたように，難しめの問題（入試問題の発展レベル：易しい方から 1～10 に分けたとして 9～10 程度）が主体ですから，苦労したり，解決に至らなかったりしても，悲観するには及びません．なお，難易の感じ方は人それぞれなので，難しいハズだ，という先入観は無用です．

● 解答時間と正答率（p.16～17）

応募者の解答時間の内訳と正答率（25 点満点の人の割合）をグラフにしました．本書の中での問題ごとの難易の一つの目安になるでしょう．ただし，正答率が低くなった問題は，本当に難しかったもののほか，ギロンに不備が起きやすかったり，多くの人が陥りがちなトラップがあったりして完答した人が少なくなったものもありますので，一律に難問であるというわけではありません．

● ヒント（p.18～22）

思考力，発想力を養うために，まずは，自分の頭で考え，自分の手を動かしてみてほしいですが，手がかりが得られなかったり，途中で行き詰まったりした人のために，ヒントのページを設けました．それをもとに，再度チャレンジするとよいでしょう．もちろん，いきなりヒントを見るのではなく，30 分程度は，自力で問題に当たるようにしましょう．

○解説編

問題文の右側に，平均点（満点は 25 点），正答率，応募者の解答時間（20 点以上の人について集計したもので，SS … 30 分以内，S … 30 分～1 時間，M … 1 時間～2 時間，L … 2 時間以上)，を掲載しました．時間無制限で，締切ギリギリまで粘る応募者が多いので，平均点は高めになりますから，その点を割り引いて参考にして下さい．

解説編は，学力コンテスト応募者に，返送時に答案とともに配布する解説プリントをもとにしました．本書を刊行するに当たって，一部，編集部で加筆したり，重複がある部分などの修正をしたものもあります．

● 前書き

解答の前に，前書きとして，解決へのポイント

や手がかりになることなどを書きました．p.18〜22 のヒントと重複する部分もありますが，答えは出たもののメンドウな計算やギロンを強いられた人は，解答を見る前に，前書きを参考にして再検討するのもよいでしょう．

● 解答

筋の良い解法を吟味して掲載しました．ギロンの飛躍がないように説明も省略せずに書いてあるので，試験の答案としても，そのまま通用するものです．単純計算は省略した部分もありますが，工夫した場合は，そのことがわかるように，途中過程も書きました．

なお，ほとんどの人が思いつかないような巧妙すぎる方法は，ここでは採用しませんでしたが，皆さんにも紹介したいものは，あとの解説の中で掲載しました．

● 解説

解答中のポイント，解答で用いた重要事項や関連事項を掘り下げて解説しました．自力では答えに至らなかった人も，解説を読むことによって得られるものが多いことでしょう．教科書の基本事項レベルの事柄は省略しましたので，苦手分野で不安な人や基本の再確認をしたい人は，教科書などを参照して下さい．

また，有用な別解があれば掲載しました．問題によっては，少々手間がかかるけれども思いつきやすい解法や，目立った誤答例も取りあげましたので，皆さんと実際の応募者の解答状況を比較することが出来ます．

なお，入試問題から関連問題を紹介したものもありますので，理解を深めるためにチャレンジしてみましょう．

解説プリント担当者（本書掲載分．五十音順）

飯島康之（現在編集部）
石城陽太
一山智弘
伊藤大介
上原早霧
條　秀彰（現在編集部）
濵口直樹
藤田直樹
山崎海斗（現在編集部）
吉川　祥
吉田　朋

数ⅠAⅡBの範囲で無理なく解ける問題

1，2，3，5，6，7，8，9，10，11，12，13，14，16，17，18，19，20，21，22，23，24，25，26，27，28，29，30，31，32，37，46

もっと考え抜く数学

～学コンの発展問題に挑戦～

問題編

座標・ベクトル／図形／方程式・不等式・関数／数列／整数／場合の数・確率
微分法・積分法（数式主体）／積分法（面積）／積分法（体積・弧長）／極限

座標・ベクトル

1　xy 平面上に 2 曲線 $C : y=x^2$，$D : (x-a)^2+(y-b)^2=1$ がある．C，D が異なる 2 点で直交するとき，a，b の値を求めよ．ただし，2 曲線がある点で直交するとは，2 曲線がその点で交わり，かつその点における 2 曲線の接線が直交することを言う．

2　xy 平面上に，2 曲線 $C_1 : y=3x^3-3x$，$C_2 : y=x^3+3ax^2-3x+b$ がある（a，b は定数）．C_1 と C_2 の共有点すべてと点 $(1,\ -3)$ を通るような，$y=px^2+qx+r$（p，q，r は定数）の形で表される曲線または直線が存在するための a と b の条件を求め，ab 平面上に図示せよ．

3　xy 平面上の放物線 $C : y=x^2$ 上に 2 点 $\mathrm{P}(t-1,\ (t-1)^2)$，$\mathrm{Q}(t+1,\ (t+1)^2)$（$t \neq 0$）がある．線分 PQ 上にない 2 点 R，S を，四角形 PRQS の各辺が x 軸または y 軸に平行になるように取る．t が 0 以外の実数を動くとき，線分 RS が動きうる領域を図示せよ．

4　座標平面上に放物線 $C : y=\dfrac{1}{2}x^2+1$（$x \geqq 0$），$D : x=\dfrac{1}{2}y^2+2$（$y \geqq 0$）と，直線 $l : y=ax$，$m : x=by$ があり，C と l は 2 点 P，Q で，D と m は 2 点 R，S で交わっているとする．

（1）　O を原点として，$\mathrm{OP} \cdot \mathrm{OQ}$ を a で表せ．

（2）　4 点 P，Q，R，S により作られる四角形がある円に内接するとき，k を定数として，$ka+b$ の取りうる値の範囲を k で表せ．

5　p，q を負でない実数の定数として，ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が $|\vec{a}+\vec{b}|=p$ と $|\vec{a}-\vec{b}|=q$ を満たすとき，$|\vec{a}|+|\vec{b}|$ の取り得る値の範囲を p，q で表せ．

6　座標空間に相異なる 4 点 $\mathrm{A}(0,\ 0,\ k)$，$\mathrm{B}(-1,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{C}(a,\ b,\ 0)$，$\mathrm{D}(c,\ d,\ 0)$ があり，これらは四面体の 4 頂点になっているとする．また，A を通り平面 BCD に垂直な直線を l_{A} とし，B を通り平面 ACD に垂直な直線を l_{B} とし，C を通り平面 ABD に垂直な直線を l_{C} とし，D を通り平面 ABC に垂直な直線を l_{D} とする．いま，l_{A} と l_{B} が点 X で交わっているとする．

（1）　a と c がみたす等式を求めよ．また，X の座標を k，a で表せ．

（2）　k，a，b，c，d を変化させたとき，l_{C} と l_{D} は常に交わると言えるか．また，常に交わる場合は，その交点 Y の座標および X と Y が一致するための条件を k，a，b，d で表せ．

解答時間と正答率

解答時間は，考え始めてから答案を書き上げるまでの実質的な所要時間を，20 点以上（25 点満点）の人について集計したもので，

SS …… 30 分以内　　S …… 30 分〜1 時間

M …… 1 時間〜2 時間　　L …… 2 時間以上

正答率は完答（25 点満点）の人の割合です．

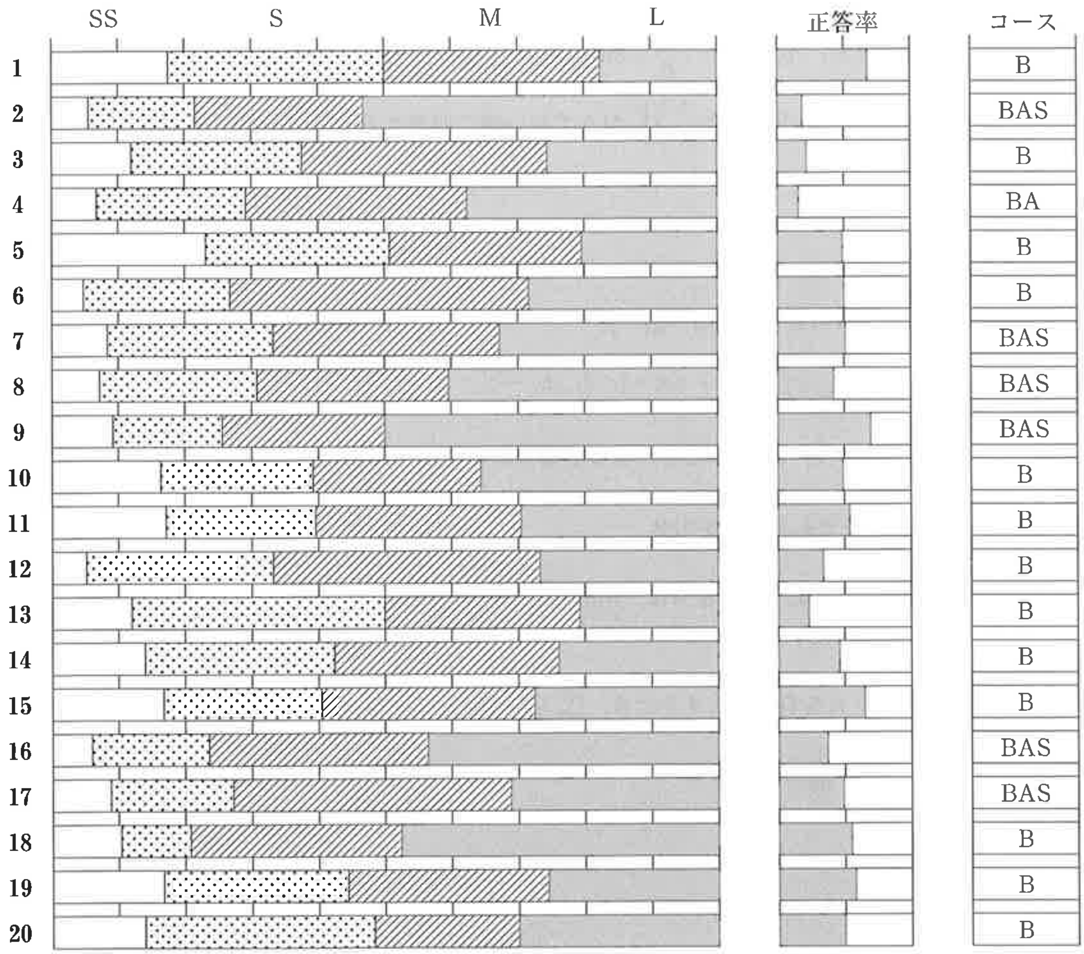
なお，具体的な数値は，解説編の各問の問題文の右に書いてあります．

コースは，下記のどのコースの問題かを表しています．

S コース（1 番〜3 番）：文理共通

A コース（1 番〜4 番）：理系向け

B コース（1 番〜6 番）：理系で意欲的な人向け



◎ヒント◎

解決への手がかりが得られない人や途中で行き詰まった人のためのヒントです．いきなり見るのではなく，まずは自分の頭で考え，手を動かすようにしましょう．すぐに見たくなる誘惑に勝てない人は，ホチキスなどで袋綴じにしてしまうのも一つの手です．

1　2交点を$P(p,\ p^2)$，$Q(q,\ q^2)$とおくと，放物線の接線と円の接線が直交することから，放物線の接線が円の中心を通るので，2接線の交点Mは円の中心になり，aとbはpとqで表せます．すると，$PM=QM$からpとqの関係式が得られます．

2　“束の考え方”：
2曲線$K_1 : g(x,\ y)=0$，$K_2 : h(x,\ y)=0$が共有点を持つとき，曲線$s\cdot g(x,\ y)+h\cdot g(x,\ y)=0$
は，K_1とK_2のすべての共有点を通る
――を使うと，C_1とC_2の共有点をすべて通るような$y=px^2+qx+r$の形の曲線が得られますが，それだけで片付くわけではありません．C_1とC_2の共有点の個数で場合分けしましょう．共有点が2個以下のときは，C_1とC_2が$x=1$で交わらない限り，必ず，題意の曲線または直線は存在します．

3　線分RSの方程式を得た後は，tの2次方程式がある範囲に解を持つ条件か，xを固定してtを動かすことを考えます．ただし，tの動きうる範囲はxによって制限されることに注意．さらに，$t\neq0$の条件をどう処理するかが問題になってきます．$t=0$のときの線分RS上の点Xであっても，他のtの値に対する線分RSがXを通ればXは答えに含まれます．

4　（1）　P，Qの座標をaで表す必要はありません．PとQのx座標の積が簡単になることを利用しましょう．
（2）　（1）と同様に$OR\cdot OS$をbで表せば，方べきの定理からaとbの関係式が得られます．$ka+b$の範囲の求め方は，直線と双曲線（の一部）が共有点を持つ条件として捉える，bを消去して微分，などの手があります．

5　条件は$\vec{a}+\vec{b}$と$\vec{a}-\vec{b}$に関するものなので，
$\vec{a}+\vec{b}=\vec{x}$，$\vec{a}-\vec{b}=\vec{y}$とおき，$\vec{a}$，$\vec{b}$を$\vec{x}$，$\vec{y}$で表し，$\vec{x}$と$\vec{y}$のなす角をθとして，$|\vec{a}|+|\vec{b}|$をθの関数として考えましょう．$(|\vec{a}|+|\vec{b}|)^2$は増減がわかりやすい形になります．

6　（1）　l_Aはz軸なので$X(0,\ 0,\ t)$とおけます．
（2）　平面ABDに垂直なベクトルなどをもとにl_C，l_Dのベクトル方程式を立てて，l_C上の点Pとl_D上の点Qが一致するための条件を考えましょう．

7　（2）は（1）を，（3）は（2）を用いて解答します．
（3）　円の中心とXを結ぶと図形的に解決します．それに気付かない場合は，ACの中点を通る直線をlとして，$l\nparallel$（y軸）のとき，lの傾きをmとして，Xのx座標をmで表しましょう．Xのy座標をmで表さなくても，Xがl上にあることからmは消去できます．

8　見かけ上はp，q，rの3変数ありますが，
$p+q+r=\dfrac{3}{2}$により1つ消去できるので，実質的には2変数です．$\overrightarrow{AG}$を$\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$……Ⓐ の形にして，$p$，$q$，$r$の条件を$\alpha$，$\beta$に移して考えるか，例えば$q$，$r$を主役にして$\overrightarrow{AG}$を$q\overrightarrow{\boxed{}}+r\overrightarrow{\boxed{}}+\overrightarrow{\boxed{}}$の形にするという手があります．いずれにせよ，$p$，$q$，$r$の条件を必要十分に移すように注意しましょう．$p$を消去した場合は，$p$の条件を$q$，$r$に反映させるのを忘れないように，Ⓐの場合は，さらにq，rをα，βで表してα，βの不等式を導きましょう．

9　傍接円（傍心）は，様々な点で内接円（内心）と似ています．例えば，「面積を2通りに表す」という手法は傍接円に対しても使えて，△ABCの面積をSとおくと，r_Bとr_Cはb，c，Sで表せます．

10　（1）　abcについては，正弦定理も用います．
（2）　2つの三角形の三辺の長さをそれぞれa，b，cおよびa'，b'，c'とすると，（1）から
$a+b+c=a'+b'+c'$，$abc=a'b'c'$がわかるので，
$ab+bc+ca=a'b'+b'c'+c'a'$が示せれば，a，b，cとa'，b'，c'を解とする3次方程式が同じになり，合同であると言えます．面積が等しいことを，三辺の長さで捉えるには？

解 説 編

飯島 康之／石城 陽太／一山 智弘／伊藤 大介／上原 早霧／浦辺 理樹
條　秀彰／濵口 直樹／藤田 直樹／山崎 海斗／吉川　祥／吉田　朋

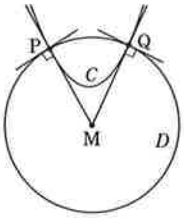
問題 1　xy 平面上に 2 曲線 $C：y=x^2$，$D：(x-a)^2+(y-b)^2=1$ がある．C，D が異なる 2 点で直交するとき，a，b の値を求めよ．ただし，2 曲線がある点で直交するとは，2 曲線がその点で交わり，かつその点における 2 曲線の接線が直交することを言う．

（2012 年 9 月号 5 番）

平均点：21.1
正答率：68％
時間：SS 18％，S 32％，M 32％，L 18％

2 交点を $\mathrm{P}(p,\ p^2)$，$\mathrm{Q}(q,\ q^2)$ とおくと，放物線の接線と円の接線が直交することから，放物線の接線が円の中心を通るので，2 接線の交点 M は円の中心になり，a と b は p と q で表せます．すると，PM＝QM から p と q の関係式が得られます．

解　C と D の交点を $\mathrm{P}(p,\ p^2)$，$\mathrm{Q}(q,\ q^2)$ $(p\neq q)$ とし，D の中心を $\mathrm{M}(a,\ b)$ とする．$y=x^2$ のとき $y'=2x$ だから，C の P，Q における接線は，それぞれ



$y=2px-p^2$ ………①，$y=2qx-q^2$ ……………②

①は P における円 D の接線に直交するので，中心 M を通る．同様に，②も M を通る．よって，M は①と②の交点である．$2px-p^2=2qx-q^2$ より，$x=\dfrac{p+q}{2}$

①に代入して $y=pq$

よって，$a=\dfrac{p+q}{2}$ …………③，$b=pq$ ……………④

また，$\mathrm{PM}^2=\mathrm{QM}^2$ より，

$$\left(\frac{p+q}{2}-p\right)^2+(pq-p^2)^2$$
$$=\left(\frac{p+q}{2}-q\right)^2+(pq-q^2)^2$$

$$\therefore\ \frac{1}{4}(p-q)^2+p^2(p-q)^2=\frac{1}{4}(p-q)^2+q^2(p-q)^2$$

$$\therefore\ (p^2-q^2)(p-q)^2=0$$

$p\neq q$ であるから，$p+q=0$

これと③より，$\boldsymbol{a=0}$

また，$q=-p$ と④より，$\mathrm{M}(0,\ -p^2)$

であるから，$\mathrm{PM}^2=1$ より，$p^2+4p^4=1$

$$\therefore\ 4p^4+p^2-1=0\quad\therefore\ p^2=\frac{-1+\sqrt{17}}{8}$$

ゆえに，$\boldsymbol{b=-p^2=\dfrac{1-\sqrt{17}}{8}}$

【解説】

A　**解**のように解いていた人は，全体の 44％でした．

PM＝QM について，**解**では正直に $\mathrm{PM}^2=\mathrm{QM}^2$ を立式しましたが，線分 PQ の垂直二等分線（l とおく）が M を通る，としても結構です．

PQ の傾きが $p+q$ なので，$p+q\neq 0$ のとき，l は

$$y=-\frac{1}{p+q}\left(x-\frac{p+q}{2}\right)+\frac{p^2+q^2}{2}$$

$\mathrm{M}\left(\dfrac{p+q}{2},\ pq\right)$ を上式に代入して，

$$pq=\frac{p^2+q^2}{2}\quad\therefore\ (p-q)^2=0\quad\therefore\ p=q$$

これは $p\neq q$ に反します．ということは，$p+q\neq 0$ は不適で，$p+q=0$ となります．

また，③のように P，Q における接線の交点 M の x 座標が P，Q の x 座標の平均になるというのは，放物線の有名性質ですが，このことと PM＝QM からも，P，Q の y 座標が等しくなることは，すぐに言えます．

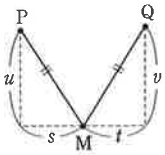


図 1

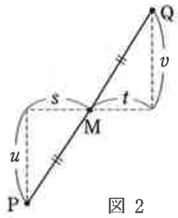


図 2

上図において $s=t$ なので，PM＝QM より $u=v$

このとき，図 2 の場合は P，M，Q が一直線上にあって不適．図 1 の場合は P，Q の y 座標が等しくなり，

$p^2=q^2$ より $q=-p$

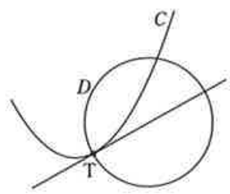
B　**解**以外の方法として，交点の座標を $(t,\ t^2)$ とおいて，t，a，b についての方程式を立てる手もあります．未知数が 3 個あるのに対して，方程式は 2 個しか立たないので，単純に“解く”だけでは求まりません．それらの方程式を満たす t が 2 つあることがポイントです．

別解　$\mathrm{T}(t,\ t^2)$ で直交するとする．C の T における接線は，$y=2tx-t^2$

この直線は D に直交することから，D の中心 $(a,\ b)$ を通るので，$b=2ta-t^2$ ……⑤

また T は D 上の点であるから

$(t-a)^2+(t^2-b)^2=1$ ……⑥



[b を消去すると t の4 次方程

式になり，収拾がつきません．次数下げしましょう］

⑤より，　$t^2=2at-b$ ……………………………⑦

これを⑥に代入して，$(t-a)^2+(2at-2b)^2=1$

整理して $(1+4a^2)t^2-(2a+8ab)t+a^2+4b^2-1=0$

再び⑦を代入して，

$$(1+4a^2)(2at-b)-(2a+8ab)t+a^2+4b^2-1=0$$

$\therefore\ \ 8a(a^2-b)t=b(1+4a^2)-a^2-4b^2+1$ ……⑧

C と D は 2 点で直交するので，⑧を満たす t が 2 つなくてはならない．$a(a^2-b)\neq 0$ とすると，⑧の両辺を $a(a^2-b)$ で割ることにより，⑧を満たす t は 1 つに定まるので不適．したがって，$a(a^2-b)=0$ ………⑨

ところで⑦より，$t^2-2at+b=0$ ………………………⑩

であるが，これを満たす実数 t が 2 つあることより，

$$(⑩の判別式)/4=a^2-b>0 \quad ………………⑪$$

ゆえに⑨より，$\boldsymbol{a=0}$

このとき⑧より，$4b^2-b-1=0$　$\therefore$　$b=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{8}$

$a=0$ と⑪より，$b<0$ なので，$\boldsymbol{b=\dfrac{1-\sqrt{17}}{8}}$

＊　　　　　　　　　　＊

ポイントは，t についての方程式を組み合わせることで，t の見かけの 1 次方程式が導けることです（以下，“見かけの”は省略）．⑤は t の 2 次方程式，⑥は 4 次方程式ですが，⑤を変形した⑦により，t^2 が t の 1 次式になるので，⑦を繰り返し用いて⑥を次数下げしていくと，⑧のように t の 1 次方程式が得られます．

そして，1 次方程式なのに解が 2 つあるということは，t の係数が 0 であることを意味し，このことから a，b の条件が導けるわけです．

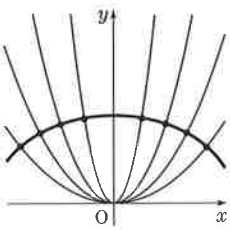
別解では，$a^2-b\neq 0$ を言うのに，(⑩の判別式)>0 を利用しましたが，

$a^2-b=0$ と仮定すると，(⑧の左辺)$=0$，

(⑧の右辺)$=1$ となるので不適

とするのでも良いでしょう．

別解のように解いていた人は全体の 31％でした．



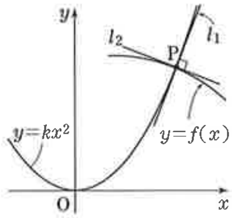
Ⓒ　本問は放物線が $y=x^2$ と固定されていました．一方，$y=kx^2$ は k を変えるといろいろな放物線を描きますが，これらのすべてと直交する曲線は，どのようなものでしょうか？　現在は数Ⅲの教科書の発展事項にある“微分方程式”が高校の範囲内だった頃は教科書でも取り上げられていました．

上記の曲線のうち，点 (1，1) を通るものを $y=f(x)$ として，$f(x)$ を求めてみます．意欲的な人は，以下の解説を見る前にチャレンジしてみましょう．

＊　　　　　　　　　　＊

［解説］　求める曲線上の点を $\mathrm{P}(X,\ Y)$ とおく．P は

$y=kx^2$ …………⑫



上にあるから，$Y=kX^2$ …⑬

⑫のとき $y'=2kx$ だから，P における⑫の接線 l_1 の傾きは $2kX$

一方，P における $y=f(x)$ の接線 l_2 の傾きは $f'(X)$

$l_1\perp l_2$ より，$2kX\cdot f'(X)=-1$ ………………………⑭

⑬⑭から k を消去する．⑭$\times X$ より $2kX^2f'(X)=-X$

これと⑬より，$2Yf'(X)=-X$

よって $y=f(x)$ は，$2yf'(x)=-x$ つまり $2yy'=-x$ を満たす．$(y^2)'=2yy'$ だから，$(y^2)'=-x$

$$\therefore\ \ y^2=-\frac{x^2}{2}+C\ (C\text{ は定数}) \quad …………⑮$$

(1，1) を通るから $C=\dfrac{3}{2}$ で，$\boldsymbol{f(x)=\sqrt{-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{3}{2}}}$

＊　　　　　　　　　　＊

⑮より，一般には，楕円 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=C$（および直線 $x=0$）が，$y=kx^2$ のすべてと直交する曲線となります．

（濵口）

あとがき

月刊『大学への数学』の読者の方々からの「学力コンテスト（学コン）の問題を集めた本を出してほしい」との声にお応えして，2016年の3月に『考え抜く数学～学コンに挑戦～』を刊行しました．そこでは，まずは学コン問題集に馴染んでいただこうということで，数ⅠAⅡBの範囲で，学コンの中では標準レベル（それでも入試では発展レベルに相当）の問題にとどめました．しかし，数Ⅲの範囲や，もっと難しい問題の中にも，是非，皆さんに御紹介して，考える楽しさを味わっていただきたいものが沢山あります．そこで，その中から50問を精選して，ここに『もっと考え抜く数学』をお届けします．

私自身，受験生時代は学コンに応募し，大学入学（広島カープが初優勝した年）以降は，添削者（学コンマン）を経て，月刊『高校への数学』『大学への数学』の編集に携わってきました．1990年以降は『大学への数学』の学コンに関わっていますが，その間に，学コンを通じて，多くの優秀な方々と接することができました．読者から興味深い問題を提供していただいたり，編集部で想定していなかったすばらしい解答が寄せられ，目から鱗が落ちることも多々あり，その都度，学コンを担当していることの喜びを味わうことができました．この場を借りて御礼申し上げます．

皆さんの中からも，森　重文先生をはじめとする読者OBの高名な数学者に続く人達が輩出されることを願ってやみません．しかし，そのような道を目指すにせよ，さし当たって難関校入試の数学で差をつけることが目標であるにせよ，高級な知識の習得ばかりに励むのではなく，自分の手を動かし，自分の頭で考えることにより，思考力をつけていってほしいと思います．大金で他球団の大物選手をかき集めたりせず，地道にコツコツ選手を育て優勝した北海道日本ハムファイターズや広島東洋カープのようにね（25年後まで待てない？）．　（浦辺）

皆さんは，普段学校や自宅で数学の問題を解くときに，どのようなやり方で取り組んでいますか？　おそらく，少し考えてみて，わからなければ答えを見る，という人が多いと思います．そのようなやり方が悪いというわけではありませんが，すぐに答えを見てしまっては，自分の頭で考える力がなかなかつきません．そもそも，難問というのは，少し考えたくらいでは解けないから難問と呼ばれるのであり，そういう問題に自力で取り組んでこそ力はつくものだと思います．

「大学への数学」学力コンテストでは，応募する段階では解答がついていません．さきほど，少し考えてわからなければ答えを見るだろうと言いましたが，では答えがなければどうするでしょうか？　おそらく，その問題はあきらめるか，わかるまで考え続けるかのどちらかでしょうが，ここですぐにあきらめてしまう人は伸びしろが少ないと思います．考え続けても答えが得られないこともあるでしょうが，一生懸命考えた時間は決して無駄にはなりません．少し考えただけでは解決しないことが多いのは数学に限ったことではないのですから，普段から何事についても簡単にあきらめない不屈の精神を持ってほしいと思います．

私自身，高校生の頃は学コンに応募していましたが，本書の中にいくつかそのときの問題があり，問題や解答を見ていると当時の苦労がいい意味でよみがえります．学コンに時間をかけて熱心に取り組んでいたからこそ記憶に根強く残っているのだろうと改めて思いました．

本書では，そんな学コンの問題の中でも，少し考えただけではなかなか解けないような難しめの問題が精選されています．普段の学コンと違って答えはついていますが，さきほど言ったように，すぐにあきらめて答えを見るのではなく，辛抱強く自分の手と頭で考えて問題に取り組んでみてください．　（山崎）

大学への数学
もっと考え抜く数学
～学コンの発展問題に挑戦～

平成28年11月21日　第1刷発行

編　者　東京出版編集部
発行者　黒木美左雄
発行所　株式会社　**東京出版**
〒150-0012　東京都渋谷区広尾3-12-7
電話 03-3407-3387　振替 00160-7-5286
http://www.tokyo-s.jp/

整版所　錦美堂整版
印刷所　光陽メディア
製本所　技秀堂
落丁・乱丁の場合は，ご連絡ください．
送料弊社負担にてお取り替えいたします．

ISBN 978-4-88742-227-8