はじめに

月刊「大学への数学」の増刊号として，2002 年から

『合否を分けたこの 1 題』

を刊行して来ました．

その増刊号の特徴は，

・大学（学部）ごとに，その年の「合否を分けたこの 1 題」を厳選
・入試突破に必要なレベルが分かり，今後の勉強の指針となる
・問題ごとに，それを解くのに必要な手法や定理などを詳しく説明．問題によってはその背景や周辺の話題，類題も解説

です．

その過去 3 年分の増刊号で取り上げた問題をまとめて書籍にしたものが本書「この問題が合否を決める！2013～2015 年入試」です．過去 3 年分について同じようなテーマの重複をなくし，69 題を精選しました．

本書の特徴は，

・最近の入試傾向に沿った"重要問題"に一通りあたることができる
・どの問題からも始められる
・1 題 1 題詳しい解説がしてある

とまとめることができるでしょう．

（なお，原則として，本書の解説は，増刊号をそのまま転載しています．「なぜこの 1 題か」も出題当時に書かれたものです．出題年度を表示するなどはしています．）

本書で取り上げる問題は，やや程度の高い，入試の

典型問題，融合問題，総合問題

です．

この本では，次のような使い方を想定しています．

入試の標準問題にほぼ一通りあたった人，

たとえば，

「1 対 1 対応の演習」シリーズや，
「新数学スタンダード演習」
「数学Ⅲスタンダード演習」

をほぼ終えた人が，

さらなるレベルアップを図る

あるいは

総仕上げのために用いる

などです．

また，本書の問題編は，原則として

見た目の分野で分類
（複数の分野にまたがるときは主要な 1 つ）

したので，分類のタイトルがヒントになることはなく，実戦的な演習をするのに最適です．

見た目だけで分類したので，たとえば「座標」の問題を解くにも，場合によっては，数Ⅲの知識が必要になることもあります．数Ⅲが必要でない問題を解きたいという場合もあるでしょうから，p.4 に文系範囲（数ⅠAⅡB）の問題を一覧表にしてまとめておきました．

いろいろな使い方に配慮した本書で，より実戦力をつけていって下さい．また，今年の増刊号『合否を分けたこの 1 題』（7 月末日発売予定）とは問題が重複していない（入試年度が違う）ので，併せて活用すると，より効果的でしょう．

本書の構成と利用法

本書の対象者などは，前ページで述べました．次に，本書の構成などを説明しましょう．本書は大きく問題編（p.5～28）と解説編（p.29～231）に分かれています．本書で使う記号については，p.4にまとめました．

○問題編

見た目の分野で分類しました．その分類のタイトルが解く上でのヒントとなることはほとんどありませんので，実戦的な演習をするのに最適です．文系範囲の問題の一覧がp.4にあります．

○解説編

問題文の右上に，その年のセットがどのようなものであったか分かるように，各問の難易，目標時間，分野をまとめたものを掲載しました．また，取り上げた問題の番号を❸，それ以外を①のように表しました．

＊　　　　　＊

「**なぜこの1題か**」：その問題が合否を分けた1題となっている理由を書いています．入試傾向の分析などについての情報を盛り込んでいる場合もあります．最後に，その問題について，何分くらいで解いたらよいのかなどの［目標］をコメントしています．

「**解答**」：実際の答案ではこの程度で十分と思われる詳しさで書いていますが，その行間等を補うために解答の右側に傍注として，なぜそのような解法をとったのか，あるいは使った定理，公式などの補足，また，どんな計算や工夫をしているのか，などの説明を加えました．

「**解説**」：その問題を解くのに必要な手法や定理をここで詳しく説明しました．また，問題によってはその背景や周辺の話題，類題にも踏み込みました．

「**受験報告**」：これは，実際に入試を受けてこられた「大学への数学」の読者のみなさんから届いた手紙などからこの1題として取り上げた問題を中心に紹介したものです．試験においてどう解いたのか，またどのくらいの時間がかかったのか，出来具合はどのようであったのかなどが書かれています．大半が試験当日，あるいは翌日に書かれた生々しいものであり，非常に参考になることが多いはずです．

○本書で学習するにあたって

普段の学習での問題演習においては，その分野の理解が目標であるので，解答にかかった時間をあまり気にすることはありません．しかし，本書で，合否を分けたかどうかをテーマにして学習する場合は，実際の試験を想定して，とりあえず30分でできるだけ多く得点できるような解き方をして下さい．さらに，完答するのにどれだけかかったかをメモしておきましょう．なお，「なぜこの1題か」の［目標］のところに時間についてコメントのある場合もあります．時間を意識して演習することで，より志望大学のレベルが分かり，今後の勉強の指針となるでしょう．

＊　　　　　＊

以上の方法を入試直前期に行えば，かなり実戦的で，効果的な演習となることでしょう．

大学への数学

この問題が合否を決める!

2013~2015年入試

CONTENTS

掲載校一覧(解説編)

表紙写真提供:amanaimages

本書で使う記号の説明など

◇問題の右側の枠囲みについて

一番上に，解説編の頁（太字が解答の頁）を，その下に小社の刊行物に掲載されている類題を紹介した（2016年に発売されている本の頁を紹介）.

なお，書名は以下のように略称した.

「入試数学基礎演習」…………………………基礎演
「新数学スタンダード演習」………………新スタ
「数学Ⅲスタンダード演習」………………Ⅲスタ
「新数学演習」……………………………………新数演
「解法の探求・微積分」…………………解探微積
「解法の探求・確率」……………………解探確率
「センター必勝マニュアル数学ⅠA」…必マニⅠ
「センター必勝マニュアル数学ⅡB」…必マニⅡ
「1対1対応の演習（新訂版）」シリーズ…1対1
「教科書Nextベクトルの集中講義」…ベクトル
「教科書Next数列の集中講義」……………数列
「教科書Next図形と方程式の集中講義」図形と方程式
「教科書Next三角比と図形の集中講義」三角比
「マスター・オブ・整数」……………………整数
「マスター・オブ・場合の数」…………場合の数
「微積分・基礎の極意」………………………極意
「数学を決める論証力」…………………論証力
「ハッとめざめる確率」…………………ハッ確
「解法の突破口［第3版］」……………………突破
「数学ショートプログラム」……………ショート
「難関大入試数学・解決へのアプローチ」……アプローチ
「思考力を鍛える不等式」……………………不等式
「ちょっと差がつくうまい解法」…………うまい
「東大数学で1点でも多く取る方法 理系編［第3版］」……東大理系
「東大数学で1点でも多く取る方法 文系編［第3版］」……東大文系
「入試の軌跡」シリーズ………………………軌跡

◇解説編の記号について

・問題文の右上で使っている記号（C** など）

問題の難易は，入試問題を10段階に分けたとして，

A(基本)…5以下，B(標準)…6，7，

C(発展)…8，9，D(難問)…10

目標時間は*1つにつき10分，○は5分である．平均的な難関校志望者が入試直前期において，自分の力を出しきれた場合を基準にしている.

分野は，出題時点のもので，Ⅰ…数Ⅰ，Ⅱ…数Ⅱ，Ⅲ…数Ⅲ，A…数A，B…数B，C…数Cである.

例えば，「① B** B/ベクトル」とあれば，標準問題で目標時間は20分，数学Bのベクトルの問題であることを意味する.

・解答・解説で現れる記号

解答の 別解 などにつけた☆，★について.

☆ 巧妙であるが，ぜひ身につけて欲しい解法

★ 相当に巧妙で，思いつかなくても心配のいらない解法

次に，主に解答の最後にある注意事項について.

⇨注 すべての人のためのもの

➡注 意欲的な人のためのもの

また，▨■はコメントを意味するマークで，

▨ すべての人のためのもの

■ 意欲的な人のためのもの

◇受験報告の出来具合について

○……完答（のつもり）

△……半答（のつもり）

×……誤答・手つかず・ほぼダメ

文系範囲（数ⅠAⅡB）の問題一覧

問題編の頁を紹介する.

問題編

場合の数・確率

○15 徳島大学・医,歯,薬学部（前期）

1から10までの番号が書かれた球が1個ずつ計10個ある．これらの球を3個ずつ3つの箱A，B，Cに入れて，残った球の番号をaとする．次のような球の入れ方は何通りか．

（1） $a=5$であって，箱Aにある球の番号がいずれも3の倍数になる．

（2） $a=10$であって，箱Aにある3個の球の番号の和が3の倍数になる．

（3） いずれの箱についても3個の球の番号の和が3の倍数になる．

p.210
解探確率
p.71，2･6

○13 千葉大学・医,薬,理,工学部（前期）

1から9までの番号をつけた9枚のカードがある．これらを無作為に1列に並べる試行を行う．

（1） 下記の条件(A)が成り立つ確率を求めよ．

（2） 下記の条件(B)が成り立つ確率を求めよ．

（3） 条件(A)，(B)が同時に成り立つ確率を求めよ．

ただし，条件(A)，(B)は次のとおりである．

(A) 番号1のカードと番号2のカードは隣り合わない．

(B) 番号8のカードと番号9のカードの間には，ちょうど1枚のカードがある．

p.54
1対1A
p.34
新スタ
5･1

○13 京都大学・理系

投げたとき表が出る確率と裏が出る確率が等しい硬貨を用意する．数直線上に石を置き，この硬貨を投げて表が出れば数直線上で原点に関して対称な点に石を移動し，裏が出れば数直線上で座標1の点に関して対称な点に石を移動する．

（1） 石が座標xの点にあるとする．2回硬貨を投げたとき，石が座標xの点にある確率を求めよ．

（2） 石が原点にあるとする．nを自然数とし，$2n$回硬貨を投げたとき，石が座標$2n-2$の点にある確率を求めよ．

p.158
新スタ 5･8
ハッ確
p.122，32番

○15 山梨大学・医学部（後期）

nを3以上の整数とする．半径1の円に内接する正n角形を考える．正n角形のn個の頂点A_1，A_2，…，A_nの中から異なる3点を無作為に選んで，これらを頂点とする三角形を作るとき，鋭角三角形になる確率を求めよ．ただし，鋭角三角形とは3つの内角がすべて90°より小さい三角形のことをいう．

p.128
場合の数
p.102〜103

解説編

右京一美（予備校講師）　奥山智彦（塾講師）　高橋和正（予備校講師）
平島邦彦（塾講師）　古川昭夫（数理専門塾主宰）　宮西吉久（塾講師）
安田　亨（予備校講師）　米村明芳（予備校講師）
中里仁謙（編集部外部スタッフ）　東京出版編集部

北海道大学・理系（前期）

15年のセット
120分

① B＊＊ Ⅲ/微分法(接線, 極小値)
② C＊＊＊ BⅠ/数列(漸化式), 不等式
③ A＊＊ B/空間ベクトル
④ B＊○ A/確率
❺ C＊＊＊ Ⅲ/積分法

n は自然数，a は $a>\frac{3}{2}$ をみたす実数とし，実数 x の関数

$f(x)=\int_0^x(x-\theta)(a\sin^{n+1}\theta-\sin^{n-1}\theta)d\theta$ を考える．ただし，$n=1$ のときは $\sin^{n-1}\theta=1$ とする．

（1） $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{n+1}\theta d\theta=\frac{n}{n+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^{n-1}\theta d\theta$ を示せ．

（2） $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$ をみたす n と a の値を求めよ．

（3） （2）で求めた n と a に対して，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ を求めよ． （15）

なぜこの1題か

この5年間，難易度の大きな変化はなく，今年も手をつけやすい問題のセットであった．5題中数Ⅲは2題．ⅠAⅡBは頻出の確率，空間ベクトルと，もう一題は数列．

①は2曲線に接する接線．昨年は4次関数のグラフに2点で接する1本の接線（複接線という）であったが，今年は2曲線に接する1本の接線であった．(2)は微分で極小値を求めさせる標準問題．②は漸化式．(1)は問題文で指示された置き換えで，階差数列が求まる．(2)は $a_{n+1}-a_n$ を変形すると $(-1)^n$ が現れるので n の偶数，奇数で場合分けするか，$n=1$，2など小さな値で必要条件を求めた後，十分性を確認するかの，どちらでもよい．③は空間ベクトル．平面におろした垂線の足を求めるが，「垂直だから内積＝0」を用いればよい．

④は確率．袋から玉を取り出すが，玉数は4個で試行回数も1回および2回のため，遷移図を描くなどしてすべて調べ上げると楽．(3)の条件付き確率は定義に戻り手堅く得点したい．❺(1)は定積分の漸化式．(2)は「微積分学の基本定理」（☞解説「定積分で表された関数の微分」）を知っていますか？　という問題．

北大理系では①③は頻出タイプ．②は，整数・数列の単元では小さな n を代入してヒントを得る常套手段が使える．④は点差がつくなら(3)の「条件付き確率」だけであろう．②❺はCレベルだが，❺は北大で頻出．過去問の経験が生かせ，類題が他大学でも毎年出題される❺を確実に得点できれば，有利だっただろう．

【目標】 (3)は $f'(x)$ から $f(x)$ を求める流れの方が速い．それに気付かなくても，合計30分以内に完答したい．

解　答

（1） 積分に I_n と名前をつけて，部分積分する．I_n を用いると（2）も後半の見通しがよくなる．

（2） $f(x)$ の定義式は，積分区間の上端が x，下端が定数なので，「微積分学の基本定理」（☞解説）を利用して微分するが，その前に被積分関数に含まれる x を外に出すこと．微分したあとは（1）を使う．

*　　　　*

（1） $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n\theta d\theta$ とおく．部分積分により

⇦「1対1／数Ⅲ（微積分編）」p.90 演習題では

$I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^n x dx$ に対して

$$I_{n+1}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n\theta(-\cos\theta)'d\theta$$

$$\therefore \quad \alpha^3+\beta^3+\gamma^3=\frac{3}{2}a(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)-\frac{3}{2}a-\frac{3}{2}b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots④$$

ここで，

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)=\frac{9}{4}a^2 \quad (\because \ ②)$$

であるから，これと③，②，④により，

$$\boldsymbol{X=\frac{1}{2}a,\ Y=\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{3}{2}a\cdot\frac{9}{4}a^2-\frac{3}{2}a-\frac{3}{2}b\right)-\frac{3}{2}a\right\}=\frac{9}{8}a^3-a-\frac{1}{2}b}$$

（3） ①の左辺を $g(t)$ とおくと，$g'(t)=6t^2-6at=6t(t-a)$

接線が3本引けるのは，①が異なる3つの実数解をもつときで，

$$g(0)g(a)<0$$

$$\therefore \quad (a+b)(-a^3+a+b)<0$$

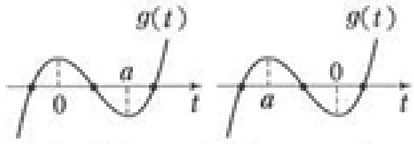
$\therefore$ 「$b>-a$ かつ $b<a^3-a$」

または「$b<-a$ かつ $b>a^3-a$」

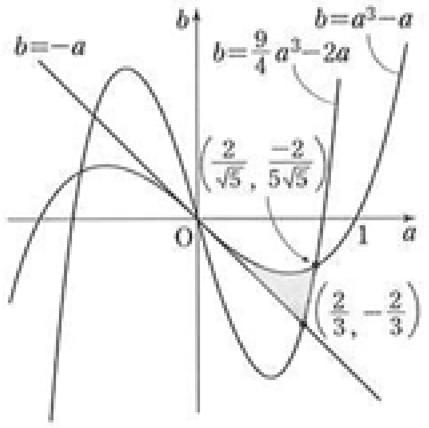
また，$X>0$，$Y<0$ により，

$$a>0,\ b>\frac{9}{4}a^3-2a$$

したがって，Pの範囲は，右図の網目部のようになる（境界は含まない）．



⇦ $g(0)g(a)<0$ のとき $a\neq 0$ である．



⇦ $\frac{9}{4}a^3-2a=a^3-a$ （$a>0$）のとき，

$\frac{5}{4}a^3=a \quad \therefore \ a=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{9}{4}a^3-2a=-a$ （$a>0$）のとき，

$\frac{9}{4}a^3=a \quad \therefore \ a=\frac{2}{3}$

解　説

（受験報告は p.37）

【$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ の計算】

解答では次数下げをして $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ の計算をしたが，因数分解の公式

$$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-3\alpha\beta\gamma$$
$$=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)$$

を用いて，次のように計算してもよいだろう．なお，$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2 \ \left(=\frac{9}{4}a^2\right)$ は解答と同様に求める．

$$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$$
$$=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)+3\alpha\beta\gamma$$
$$=\frac{3}{2}a\left(\frac{9}{4}a^2-0\right)-\frac{3}{2}(a+b)=\frac{27}{8}a^3-\frac{3}{2}(a+b)$$

【3次関数のグラフに引ける接線の本数】

$y=f(x)$ を一般の3次関数とし，このグラフを C とする．$\mathrm{P}(a,\ b)$ から C に引ける接線の本数について調べてみよう．C 上の $x=t$ における接線の方程式は，

$$y=f'(t)(x-t)+f(t)$$

これがPを通るとき，$b=f'(t)(a-t)+f(t)$

$$\therefore \quad f'(t)(a-t)+f(t)-b=0$$

この左辺（t の3次式）を $g(t)$ とおく．

$$g'(t)=f''(t)(a-t)+f'(t)(-1)+f'(t)$$
$$=f''(t)(a-t)$$

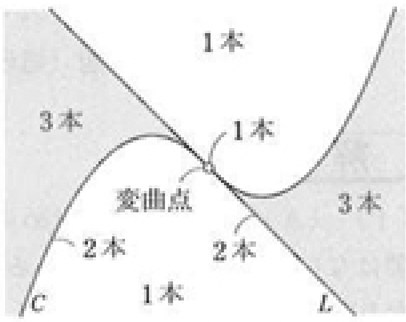
（ここで，$f''(t)$ は $f(t)$ を2回微分した関数）

$f''(t)$ は t の1次式で $f''(t)=0$ の解を $t=p$ とする．$a=p$ のとき，$g'(t)$ は符号変化しないので，$g(t)=0$ の実数解は1つだけである．以下，$a\neq p$ とする．このとき，$u=g(t)$ は $t=p$，$t=a$ で極値をとるから，

$g(t)=0$ の実数解の個数は，$g(p)g(a)$ の符号から分かる（負なら3個，0なら2個，正なら1個）．ここで

$$g(p)=f'(p)(a-p)+f(p)-b \quad \cdots\cdots\cdots⑦$$
$$g(a)=f(a)-b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots④$$

ab 平面上で，⑦$=0$ は曲線 C：$b=f(a)$ の $a=p$（変曲点）における接線 L を表す．⑦×④の符号により，C に引ける接線の本数は，右図の網目部の点からは3本，C 上および L 上の点（変曲点は除く）からは2本，それ以外の点からは1本である．



このように整理しておくと，答えのチェックなどに役立つだろう．

⇨**注**　曲線 $y=f(x)$ について，$f''(p)=0$ であり，$x=p$ の前後で符号が変わるとき，点$(p,\ f(p))$ は曲線の凹凸が入れかわる境目になっていて，この点を変曲点という．本問の場合は原点が変曲点である．

（坪田）

千葉大学・医, 薬, 理, 工学部（前期）

13年のセット			
120分	③	B**○	Ⅰ/立体(計量, 最小)
医学部は	❹	B**	A/確率
❹⑤⑥⑧⑨	⑤	B**○	Ⅱ/座標, 微分法
薬, 工, 理(物, 化, 生, 地)は	⑥	B**○	AB/二項係数, 数列の和
③❹⑤⑥⑦	⑦	B**○	Ⅲ/積分法(面積)
	⑧	C****	ⅢC/積分法(面積, 軌跡)
	⑨	C***	Ⅰ/整数(不定方程式)

1から9までの番号をつけた9枚のカードがある．これらを無作為に1列に並べる試行を行う．

（1） 下記の条件(A)が成り立つ確率を求めよ．

（2） 下記の条件(B)が成り立つ確率を求めよ．

（3） 条件(A)，(B)が同時に成り立つ確率を求めよ．

ただし，条件(A)，(B)は次のとおりである．

（A） 番号1のカードと番号2のカードは隣り合わない．

（B） 番号8のカードと番号9のカードの間には，ちょうど1枚のカードがある．（13）

なぜこの1題か

千葉大は学部によって選択問題は異なるが，毎年典型的な問題を中心に出題する．難易はほぼBレベルが中心だが，処理能力が必要という傾向が強い．今年もこの傾向に沿った出題である．医学部の問題は他学部より難易度は高めで，整数問題が頻出であり毎年難しい．また，千葉大の理系全般における近年の数C分野の出題頻度は低めである．

今年の問題を3タイプに分類してみると，

[αタイプ：典型問題（完答したい問題）]

③：立体の計量問題で基本的．計算量はやや多いがこの程度はこなしたいレベル．尚，ベクトルでも処理可能だが，計算量はさほど変わらない．❹：確率（カードの並べ方）前半は易しいが，もれなくダブりなく数える必要がある(3)で差がついたであろう．

[βタイプ：準典型問題（処理能力が必要）]

⑤：放物線の接線と法線で作られる長方形の面積．方針は立て易いが，図形的な性質も用いて上手くやらないと計算が大変になる．⑥：二項係数．(1)の計算と証明は易しい．(2)の和では(1)の利用の仕方に気づかなくても，${}_kC_3$ を具体化して直接階差型を作れば出来る[本質的には同じ]．⑦：直線と曲線で囲まれた部分の面積であるが，a の正負による場合分けが必要．$x\log(x+1)$ の積分は出来るようにしておきたい．

[γタイプ：発想着想型 or 知識や経験が必要（難問）]

⑧：Parameter 表示された曲線で囲まれた部分の面積を求める必要がある．この辺りの経験とやり遂げる処理力を普段の学習の目標にしたいところである．⑨：整数．整数を求める問題で，発想力が必要な難問．

【目標】 (1)(2)は易しいだろう．(3)を上手に数えて20分程度で解き切りたい．

解　答

（1） (A)などの確率を求めるとき，必ずしも9枚のカードを並べる必要はないが，（2）や（3）もあるので，ここでは9枚のカードをすべて並べた9!通りを全事象にする．（1）は余事象を考えよう．

（2） 3枚のカード$\boxed{8}\boxed{}\boxed{9}$（or $\boxed{9}\boxed{}\boxed{8}$）を1枚のカードとみる．

（3） $\boxed{8}$と$\boxed{9}$の間に$\boxed{1}$か$\boxed{2}$が入る時と入らない時で場合分けをする．

＊　　　＊

⇦ 例えば9枚のカードの入る9か所のどの2か所に$\boxed{1}$と$\boxed{2}$が入るか考える．

⇦ 隣り合う確率は$\boxed{1}$と$\boxed{2}$をまとめて1枚のカードとみなして求める．

以下，$\boxed{1}$と$\boxed{2}$が固まりであるとき，$\boxed{1}\boxed{2}$ と表すことにする．（他も同様）

9枚のカードの並べ方は9!通りで，これらは同様に確からしい．

（1） このうち番号1と番号2のカードが隣り合う並べ方は，

$\boxed{1}\boxed{2}$ or $\boxed{2}\boxed{1}$を固まりとして，1枚のカードとして考え，残り7枚とあわせた8枚のカードの順列を考えると，$2\times8!$通りある．よって，求める確率は，$1-\dfrac{2\times8!}{9!}=1-\dfrac{2}{9}=\dfrac{7}{9}$

⇦ 問われている事象の余事象である．「$\boxed{1}$と$\boxed{2}$が隣り合う」場合を考え，余事象の確率計算にもちこむ．

尚，直接，数える方法は⇨解説．

（２） 番号８と番号９の間にちょうど１枚のカードがある並べ方は，

$\boxed{8}\boxed{}\boxed{9}$ or $\boxed{9}\boxed{}\boxed{8}$ を固まりとして考えると，固まりの選び方が２通り，$\boxed{}$ のカードの選び方が７通り，この固まりと残り６枚のカードを合せた７枚の並べ方が $7!$ 通りあるので，全部で $2\times7\times7!$ 通り．よって，求める確率は，$\dfrac{2\times7\times7!}{9!}=\dfrac{2\times7}{9\times8}=\dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{36}}$

⇦ ● $\boxed{8}\boxed{}\boxed{9}$ or $\boxed{9}\boxed{}\boxed{8}$ の２通り
● $\boxed{8}\boxed{}\boxed{9}$
↑残り７枚のカードが入り，
● $\boxed{8}\boxed{}\boxed{9}$ と残り６枚のカードの順列は，$7!$ 通り．

（３） 条件（Ａ）かつ（Ｂ）が同時に成り立つ並べ方は，

$\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}$ or $\boxed{9}\boxed{甲}\boxed{8}$ を固まりとして考えると，

1° $\boxed{甲}$が$\boxed{1}$ or $\boxed{2}$のとき，

固まりの選び方が２通り，$\boxed{甲}$が$\boxed{1}$か$\boxed{2}$で２通り，この固まりと残り６枚を合わせた７枚の並べ方は $7!$ 通りなので，全部で $2\times2\times7!$ 通り ……①

⇦ ● $\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}$，$\boxed{9}\boxed{甲}\boxed{8}$ ……………２通り
● $\boxed{甲}\leftarrow\boxed{1}$，$\boxed{2}$ ……………………２通り
● $\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}$と残り６枚 …………$7!$ 通り

2° $\boxed{甲}$が$\boxed{1}$ or $\boxed{2}$以外のとき，

固まりの選び方が２通り，$\boxed{甲}$は$\boxed{1}$，$\boxed{2}$以外の５通りである．この固まりと残り６枚のカードの並べ方 $7!$ 通りのうち，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$が隣り合う並べ方は（１）と同様にして $2\times6!$ 通りあるので，2°の並べ方は全部で

$2\times5\times(7!-2\times6!)$

$=2\times5\times6!\times(7-2)=2\times5\times6!\times5$ 通り ………………………………②

⇦ ● $\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}$ or $\boxed{9}\boxed{甲}\boxed{8}$ ……………２通り
● $\boxed{甲}\leftarrow\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$ …５通り
● $\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}$ と残り６枚 …………$7!$ 通り
● $\boxed{1}\boxed{2}$ or $\boxed{2}\boxed{1}$ ……………………２通り
● $\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}$ と $\boxed{1}\boxed{2}$ と残り４枚…$6!$ 通り

1°と2°は排反な事象なので，求める確率は

$$\frac{①+②}{9!}=\frac{2\times2\times7!+2\times5\times6!\times5}{9!}=\frac{6!\times(2\times2\times7+2\times5\times5)}{9!}=\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{84}}$$

⇦ $\dfrac{14+25}{9\times4\times7}=\dfrac{39}{9\times4\times7}=\dfrac{13}{3\times4\times7}$

解 説

（受験報告は p.89）

【余事象を用いないで，直接数えると…】

（１），（３）2°では余事象の考え方を使ったが，次のように直接数えることもできる．

別解 （１） $\boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}$
↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

$\boxed{1}$，$\boxed{2}$以外のカード７枚を並べ，↑の８か所から$\boxed{1}$，$\boxed{2}$が入る２か所を選ぶ並べ方は $7!\times8\times7$ 通り．

したがって，求める確率は，$\dfrac{7!\times8\times7}{9!}=\dfrac{\mathbf{7}}{\mathbf{9}}$

（３） 2° $\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}$ or $\boxed{9}\boxed{甲}\boxed{8}$を固まりとして考え，$\boxed{甲}$には$\boxed{1}$，$\boxed{2}$以外のカードが入る．この固まりと$\boxed{1}$，$\boxed{2}$以外のカード４枚の計５枚を並べる．

次に，↑の６か所から$\boxed{1}$，$\boxed{2}$が入る２か所を選べばよい．
$\boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}$
↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

つまり，

$$\underset{\left(\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}\text{ or }\boxed{9}\boxed{甲}\boxed{8}\right)}{2}\times\underset{\left(\boxed{甲}\text{のカードの選び方}\right)}{5}\times\underset{\left(\text{固まり}\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}\text{と}\boxed{1},\boxed{2}\text{以外の計5枚の順列}\right)}{5!}\times\underset{\left(\boxed{1},\boxed{2}\text{の順列}\right)}{\underline{6\times5}}\ \text{通り}$$

として，②を導くこともできる．

【（３）について】

A：$\boxed{1}$と$\boxed{2}$が隣り合わない

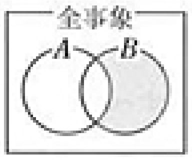
B：$\boxed{8}$と$\boxed{9}$のカードの間にちょうど１枚のカードがある

上記のように事象を定めると，（３）は $A\cap B$ を考えることになる．ここで，次の計算方法のどれかを使えばよいが，

$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$P(A\cap B)=P(B)-P(\overline{A}\cap B)$

$P(A\cap B)=P(A)-P(A\cap\overline{B})$



この中で考えやすいのは

$\overline{A}\cap B$ なので，$P(\overline{A}\cap B)$ を求める．

$\overline{A}\cap B=\left(\begin{array}{l}「\boxed{1}と\boxed{2}が隣り合い」かつ\\「\boxed{8}，\boxed{9}の間に\boxed{1}，\boxed{2}以外のカードが入る」\end{array}\right)$

であるので，この並べ方は，

$$\underset{\left(\boxed{1}\boxed{2}\text{ or }\boxed{2}\boxed{1}\right)}{2}\times\underset{\left(\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9}\text{ or }\boxed{9}\boxed{甲}\boxed{8}\right)}{2}\times\underset{\left(\boxed{甲}\text{のカードの選び方}\right)}{5}\times\underset{\left(\boxed{8}\boxed{甲}\boxed{9},\ \boxed{1}\boxed{2}\text{とその他のカードの計6枚の順列}\right)}{6!}\ \text{通り}$$

したがって，$P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{2\times2\times5\times6!}{9!}=\dfrac{5}{9\times2\times7}$

よって，$P(A\cap B)=P(B)-P(\overline{A}\cap B)$

$$=\frac{7}{36}-\frac{5}{9\times2\times7}=\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{84}}$$

（右京）