本書の利用法

◆ 本書の特色 ◆

本書は，標準～難関高校受験を目指す中学生向けの分野別の解説書である“解法のエッセンス・シリーズ”の中の「直線図形編」です[ここでの「直線図形」とは，曲線を含まない(直線だけで構成される)平面図形を指します].

このシリーズは，‘教科書レベル’から‘難関高校入試レベル’への橋渡しを目指すものですが，本書で取り上げる「直線図形」の分野においても，この2つのレベル間の格差は小さくありません．そこで，本書では，その深い溝を埋めるべく，以下のような特色を持たせています．

まず，教科書レベルの知識は一通り身に付けていることを前提にします．その上で，各項目ごとに，

重要な定理や公式，必須知識などを，主に例題の解説を通して学習し，
その理解度を，例題よりはやや難しめの練習問題を解くことで確認する

という流れになっています．例題・練習問題はともに，近年の高校入試問題の中から演習する価値の高い良問を精選していますが，月刊誌「高校への数学」で用いられている難易度，

A … 普通，B … 少し難，C … 難，D … かなり難

に照らすと，例題は A ～ B，練習問題は B ～ C レベルのものが中心になっています．

◆ 本書の構成 ◆

第1部：必修編
第2部：応用編
第3部：ランダム演習

本書は大きく，右のような3部構成になっています．

‘第1部：必修編’で直線図形の必須事項を学んで強固な土台を作り，‘第2部：応用編’ではやや発展的な話題を通してゆるぎない実力を築き上げ，‘第3部：ランダム演習’で最後の総仕上げを図る，という構成です．

第 1 部は，‘第 1 章：合同，線分比・面積比’ と ‘第 2 章：相似’ と ‘第 3 章：三平方の定理’ に 3 分され，それぞれが数個の Section に分かれています．また第 2 部は，入試でよく扱われる話題(テーマ)ごとに 10 個の Section に分類され，それぞれのテーマの攻略法が詳細に解説されています．

さらに，本書全体を通して，‘ミニ講座’ なども散りばめられ，巻末には，本書で用いられている「直線図形」以外の分野の ‘定理・公式集’ が用意されています．

◆ 本書で使われている記号 ◆

★ ………問題番号の右肩に付いている場合は，**難易度が C レベルの発展問題**であることを表します．

解 ……その問題の本解を表します．

別解 ……本解に対する別解を表します．

➡注 ……解答の補足や問題の背景等々の注意事項です．

■研究 …その問題についての一般論や，高校(以上)で学ぶ内容などの発展事項が述べられています．

☞ ………参照してほしいページや事項を指し示しています．

*　　　　　*

その他，重要部分や注目してほしい部分は，太字になっていたり，網目がかけられていたり，傍線(〰〰や━━など)が引かれていたりしています．そのような箇所は，特に念入りにチェックして下さい．

目　次

○ 第１部　必修編

ここでは，直線図形の学習の基盤となる知識の確認，習得を目指します．
第１章で，合同と線分比・面積比を扱い，第２章で相似を，第３章で三平方の定理を，それぞれ扱います．
この必修編で，第２部以降の難問にも太刀打ちできる実力の養成を図りましょう．

第1章 合同，線分比・面積比

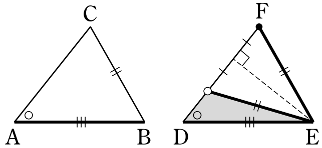
Section 1 合同

1．合同条件

2つの三角形が合同となる条件は，次の3つです．

Ⅰ．3辺の長さがすべて等しい(三辺相等)．
Ⅱ．2辺の長さとその間の角の大きさが等しい(二辺夾角相等)．
Ⅲ．2つの角の大きさとその間の辺の長さが等しい(二角夾辺相等)．

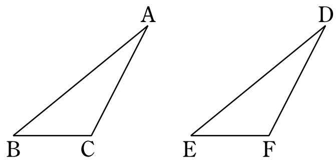
注意を要するのは，Ⅱと同様に「2辺の長さと1つの角の大きさが等しい」場合でも，その等角が2辺の間の角でない場合は合同とは限らない，ということです．



図のように，AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠Dの場合には，△ABCと合同な△DEFの他にも，網目部のような(△ABCと合同でない)三角形もまた，3つの条件をすべて満たしているからです．

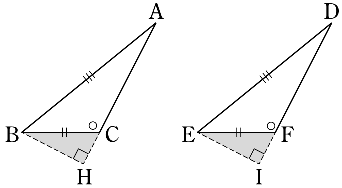
例題 1．△ABCと△DEFにおいて，AB＝DE，BC＝EF，∠ACB＝∠DFEのとき，△ABC≡△DEFであることを証明しなさい．ただし，∠ACB，∠DFEは鈍角とする．

（13　大阪教大付天王寺）



これも,「二辺夾角」ではありませんが,「鈍角」の条件から‘合同’が示されます.

解　右図のように H, I をとると,
△BCH と△EFI において, BC＝EF,
　∠BCH＝180°－○＝∠EFI
であるから, 斜辺と一鋭角相等………①
により, △BCH≡△EFI



∴　BH＝EI ……②　CH＝FI ……③
AB＝DE と②より, 斜辺と他の一辺相等 ……………………………④
により, △ABH≡△DEI　∴　AH＝DI ………………………………⑤
③, ⑤により, AC＝AH－CH＝DI－FI＝DF ……………………⑥
よって, 二辺夾角相等により, △ABC≡△DEF である.

➡**注**　⑥によって,‘三辺相等’も成り立っています.

*　　　　　　　*

【直角三角形の合同条件】

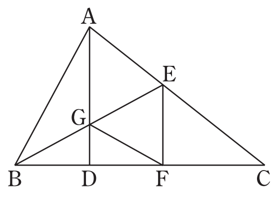
直角三角形同士の場合には, 上記のⅠ～Ⅲの他に, 次の合同条件が加えられます.

Ⅳ. 斜辺の長さと, 他の 1 辺の長さが等しい(上の④).
Ⅴ. 斜辺の長さと, 1 つの鋭角の大きさが等しい(上の①).

次の練習問題では, (2)で‘直角三角形の合同条件’を使います.

練習問題［解答は, ☞p.26］

1. ∠A＝90°の直角三角形 ABC において, 頂点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を D, ∠B の二等分線と辺 CA との交点を E, E から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を F, AD と BE の交点を G とする.



(1)　三角形 AGE が二等辺三角形であることを証明しなさい.
(2)　四角形 AGFE がひし形であることを証明しなさい.

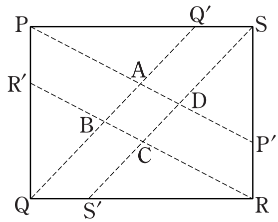
(09　慶應女子)

2. 合同の利用

線分の長さを求める場合や面積を求める場合などに，**合同な三角形を見つけ**（**or 自分で作り出し**），**それを利用する**ということがよく行われます．少し練習してみましょう．

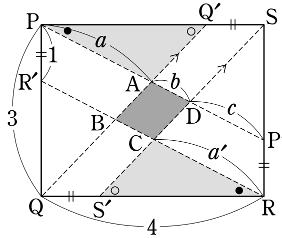
例題 2. PQ＝3，QR＝4 の長方形 PQRS がある．右図のような PR′＝RP′＝QS′＝SQ′＝1 の平行な切れ目 PP′，QQ′，RR′，SS′を入れたとき，この 4 本の切れ目で作られた平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい．

（08　巣鴨）



「PA：AD：DP′」を目標にします．

解　右図のように a，b，c をおくと，



$$\text{▱ABCD}=\text{▱PR}'\text{RP}'\times\frac{b}{a+b+c}\quad\cdots①$$

まず，AQ′ // DS より，

$a:b=\text{PQ}':\text{Q}'\text{S}=(4-1):1=3:1$ …②

次に，△RCS′と△PAQ′において，

RS′＝4－1＝3＝PQ′

また，R′R // PP′，QR // PS より，図の ● 同士の角は等しく，

SS′ // Q′Q，QR // PS より，図の ○ 同士の角は等しい．

よって，二角夾辺相等により，△RCS′≡△PAQ′

したがって，RC＝a'とおくと，$a'=a$

このとき，$c:a=c:a'=\text{SP}':\text{SR}=(3-1):3=2:3$………………③

②，③より，$a:b:c=3:1:2$

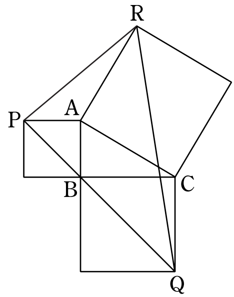
$$\therefore\quad ①=(1\times4)\times\frac{1}{3+1+2}=4\times\frac{1}{6}=\boldsymbol{\frac{2}{3}}$$

＊　　　　　　　　＊

直角二等辺三角形や**正方形**をとらえる場合には，‘合同な直角三角形を利用する’ことが定石です．次の練習問題は，正方形のケースです．

練習問題［☞p.26］

2. 右図のように直角三角形 ABC があり，辺 AB，BC，CA をそれぞれ 1 辺とする正方形を描き，図のように正方形の頂点 P，Q，R を結び△PQR をつくる．AB＝1，BC＝2 とするとき，



（1）　△AQC の面積を求めなさい．

（2）　△ABR の面積を求めなさい．

（3）　△PQR の面積を求めなさい．

（12　武蔵越生）