本書の利用法

◆ 本書の特色 ◆

本書は，標準〜難関高校受験を目指す中学生向けの分野別の解説書である“解法のエッセンス・シリーズ”の中の「文章題編」です.

このシリーズは，‘教科書レベル’から‘難関高校入試レベル’への橋渡しを目指すものですが，本書で取り上げる「文章題」の分野においては，教科書では詳しく扱われているとは言えず，この2つのレベル間の格差は小さくありません．そこで，本書では，その2つのレベル間の溝を埋めるべく，以下のような特色を持たせています.

まず，教科書レベルの知識は一通り身に付けていることを前提にします．その上で，各項目ごとに，

重要な定理や公式，必須知識などを，主に例題の解説を通して学習し，その理解度を，例題よりはやや難しめの練習問題を解くことで確認する

という流れになっています．例題・練習問題はともに，近年の高校入試問題の中から演習する価値の高い良問を精選していますが，月刊誌「高校への数学」で用いられている難易度，

A … 普通，B … 少し難，C … 難，D … かなり難

に照らすと，例題は A 〜 B，練習問題は B 〜 C レベルのものが中心になっています.

◆ 本書の構成 ◆

本書は大きく，右のような4部構成になっています.

第1部，第2部で文章題の基本＆必須事項を学んで強固な土台を作り，第3部ではやや発展的な話題を通してゆるぎない実力を築き上げ，第4部で最後の総仕上げを図る，という構成です.

第1部：イントロダクション
第2部：必修編
第3部：応用編
第4部：ランダム演習

第 1 部では，‘文章題の解法の流れ’をまず確認し，第 2 部では，入試でよく出題されるテーマごとに，それぞれの重要ポイントを解説し，また第 3 部では，やや発展的な話題・手法を中心に取り上げ，文章題の実力の完成を目指します．

さらに，本書全体を通して，‘ミニ講座’なども散りばめられ，巻末には，本書で用いられている「文章題」以外の分野の‘定理・公式集’が用意されています．

◆ 本書で使われている記号 ◆

★ ………問題番号の右肩に付いている場合は，**難易度が C レベルの発展問題**であることを表します．

解 ……その問題の本解を表します．

別解 ……本解に対する別解を表します．

➡注 ……解答の補足や問題の背景等々の注意事項です．

■研究 …その問題についての一般論や，高校(以上)で学ぶ内容などの発展事項が述べられています．

☞ ………参照してほしいページや事項を指し示しています．

＊　　　　　＊

その他，重要部分や注目してほしい部分は，太字になっていたり，網目がかけられていたり，傍線(〜〜〜や━━など)が引かれていたりしています．そのような箇所は，特に念入りにチェックして下さい．

目　次

本書の利用法 ……………………… 2

第１部　イントロダクション … 5

1　文章題の解法の流れ ……… 6
2　算数との関連………………12
練習問題の解答…………………16
ミニ講座①　軽いけれど，間違い易い……18

第２部　必修編………………19

1　食塩水の基本………………20
2　売買代金……………………27
3　入場料 & 両替 ……………32
4　テストの問題………………36
5　仕事の問題…………………40
6　注水 & 排水 ………………44
7　速さの基本（１）……………48
ミニ講座②　‘おまけ’の問題…53
8　速さの基本（２）……………54
練習問題の解答…………………60

第３部　応用編………………71

1　食塩水の応用………………72
2　整数条件……………………76
3　図や表の活用………………80
4　グラフの活用………………84
5　長文問題……………………89
6　速さの応用…………………94
7　パズル風の問題……………98
練習問題の解答 ………………102

第４部　ランダム演習 …111

問題 ……………………………112
解答・解説 ……………………118

他分野の定理・公式集 ………126

○第１部　イントロダクション

解説…………………………… p.6～15
練習問題の解答 ………… p.16～18

　ここでは，まず文章題全般についての大きな‘解法の流れ’を概観します．その上で，算数での‘○○算’との関連・つながりについても触れておくことにします．
　まずこの第１部で，文章題の基礎知識を盤石なものにしておきましょう．

◇Section 1　文章題の解法の流れ

ここではまず，文章題全般についての考え方・解き方の大きな流れを概観します．

1．題意をつかむ

最初に，問題文を入念に読み込んで，題意をしっかり把握することが肝腎です．これは勿論，文章題に限った話ではありませんが，文章題では**条件が複雑な場合が多く，また長文問題も少なくない**(☞p.89)ので，このことがより大切になってくるのです．

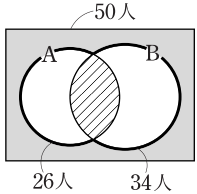
そしてそこでは，「問題文で与えられている条件を，**図や表などを補助に**して的確に読み取っていく」という作業が有効です．その代表例は，速さの問題における‘ダイヤグラム’(☞p.48)，食塩水の問題における‘フロー・チャート’(☞p.22)などですが，次の例題の解答に現れる‘**ベン図**’の威力もなかなか強大です．

例題 1★ 50 人のクラスで A 新聞を購読している生徒は 26 人，B 新聞を購読している生徒は 34 人であった．

（1） A 新聞，B 新聞ともに購読している生徒は少なくとも何人いるか．

（2） A 新聞，B 新聞どちらも購読していない生徒は最も多い場合で何人か．　（07　本郷）

（1），（2）ともに，考えにくい問題です．‘ベン図’を用いないと，大いに混乱させられるでしょう．



解　（1）　右図のようになって，斜線部の人数を x 人とすると，x が最も少ないのは，太線部が最大のとき，すなわち，$26+34-x=50$ のときであるから，$x=\mathbf{10}$ **(人)**

（**2**）　網目部の人数を y 人とすると，y が最も多いのは，太線部が最小のとき，すなわち，太線部の人数が 34 人のときであるから，

$$y=50-34=\mathbf{16}\ (\text{人})$$

➡**注**　（2）のとき，x は最大で 26（人）;（1）のとき，y は最小で 0（人）.

＊　　　　＊

次の練習問題は，長文問題とまでは言えませんが，題意が取りにくい例です．練習してみましょう．

練習問題［解答は，☞p.16］

1．Mさんは，りんごとみかんを合わせて 8 個買い，1 つのかごに入れてもらう予定である．

	りんご（1 個）	みかん（1 個）	かご代
A 店	x 円	y 円	90 円
B 店	$(x+20)$円	$(y+10)$円	無料

近所の A 店と B 店の価格を事前に調べたところ，表のようになった．これを用いて合計金額を計算すると，A店で買ったほうがB店で買うより 40 円安くなることが分かり，A 店で買おうと考えた．

（1）　M さんは，りんごとみかんをそれぞれ何個買う予定であったか．

（2）　実際に B 店まで行くと，B 店では，りんごは 2 割引きで売っていた．B 店でみかんの個数を 1 個増やし合計 9 個買っても，予定通り A 店で買う場合と合計金額が等しくなることが分かった．そこで，B 店で予定よりみかんの個数を 1 個多く買うことにしたが，誤ってりんごとみかんの個数を逆にしてしまったため，初めの予定より11 円安くなった．x と y の値を求めなさい．　（13　お茶の水女子大付）

2．文字を設定する

中学受験の算数では，‘○○算’という呼び名の数多くのテクニックを用いて文章題をこなしますが，中学生になると，「**文字を設定して，方程式を立てて，それを解く**（＊）」という流れに統一されます．‘○○算’で解く方が速い場合もないわけではありませんが（☞p.12），大学受験にまでつながる（＊）の手法をあくまで原則としましょう．

問題文で文字（未知数）が与えられている場合も少なくありませんが，そうでない場合は‘何を文字でおくか？’がまず問題になります．もちろん‘求めたい数値を文字でおく’のが基本ですが，いつもそうとは限りません．

例題 2. 次の各問いに答えなさい．

（1） ある高等学校の入学者数を調べると，今年の入学者は昨年より8人多かった．今年と昨年とを比較すると，男子が2％減少し，女子が6％増加したため，全体の入学者数は4％増加していた．今年の男子生徒，女子生徒の入学者数をそれぞれ求めなさい．

（12　西大和学園）

（2） A，Bの2人が何枚かのカードを持っています．この2人が次のようにカードのやり取りを行います．

1回目：AがBのカードの枚数の3倍のカードをBに渡します．

2回目：BがAのカードの枚数の2乗のカードをAに渡します．

その結果，Aのカードは12枚，Bのカードは27枚になりました．Aが最初に持っていたカードの枚数を求めなさい．

（07　東邦大付東邦，一部略）

（1）が典型例です．「今年」ではなく「昨年」の人数を文字でおきます．

（2）では，最初にA，Bが持っていたカードの枚数を文字でおくと，かなり面倒な式になります．そこで…

解　（**1**） 昨年の男子，女子の入学者数をそれぞれx（人），y（人）とすると，今年の男子，女子の入学者数はそれぞれ，$0.98x$（人），$1.06y$（人）

よって，与えられた条件より，$0.98x+1.06y=x+y+8=1.04(x+y)$

(左辺)＝(右辺)より，$0.02y=0.06x$　∴　$y=3x$ …………………①

(中辺)＝(右辺)より，$0.04(x+y)=8$　∴　$x+y=200$ ……………②

①，②を解いて，$x=50$，$y=150$

よって答えは，**男子**…$50\times0.98=$**49**（**人**），**女子**…$150\times1.06=$**159**（**人**）

（**2**） 1回目終了後にAが持っているカードの枚数をt（枚）とすると，2回目終了後にAが持っているカードの枚数は，$t+t^2$　∴　$t+t^2=12$

∴　$t^2+t-12=0$　∴　$(t-3)(t+4)=0$　$t>0$より，$t=3$

ところで，A，Bが最初に持っていたカードの枚数をそれぞれa，b（枚）とすると，$a+b=12+27=39$ ………①　また，$t=a-3b=3$ ………②

①−②より，$4b=36$　∴　$b=9$　これと①より，$a=39-9=$**30**（**枚**）

➡**注**　最初にa，bを設定すると，$a-3b$のカタマリが沢山出てくるので，自然に(？)，$a-3b=t$とおきたくなるはずですね．

＊　　　　＊

文字の設定での，上記以外のポイントとしては，以下の　　　があります．

例題 **3.** 次の各問いに答えなさい．

（1） 去年1年間にA君とBさんに来た携帯電話のメールの数の比は7：8であった．このうち，国外から来たメールの数の比は4：3であり，国内から来たメールの数の比は6：7であった．A君とBさんに来たメールの数の合計が700通以上850通以下であるとき，

（i） Bさんに来た国外からのメールの数を求めなさい．

（ii） A君に来た国外と国内のメールの数の合計を求めなさい．

（09　日大桜丘）

（2） 空(から)の水そうに給水管Aから毎分20ℓの割合で水を入れる．水が水そう全体の$\dfrac{7}{12}$までたまった時に排水管Bを開き，毎分12ℓの割合で水を抜きはじめた．水そうが満水になったら給水管Aを閉じて給水を止め，排水管Bだけでx分間水を抜いていったところ，給水管Aで水を入れはじめてから79分後に水そうが空になった．

（i） 最初に排水管Bを閉じた状態で水を入れていた時間は何分か．xを用いて表しなさい．

（ii） xを求めなさい．

（06　青山学院）

（1） 比の条件は文字を使って表すのが原則です．

（2） 問題文で与えられた文字以外にも，必要なら惜しみなく設定しましょう．

解 **（1）（i）** 与えられた条件より，x，y，zを自然数として，右表のようにおける．すると，

	国外	国内	計
A	$4x$	$6y$	$7z$
B	$3x$	$7y$	$8z$

$4x+6y=7z$ ……①，$3x+7y=8z$ ……②

①×8−②×7より，$y=11x$

これを①，②の左辺に代入して，AとBのメールの合計は，

$70x+80x=150x$ ……………………………③

このとき，$700 \leqq 150x \leqq 850$より，$x=5$

よって答えは，$3x=$**15**（通）

（ii）（i）より答えは，$70x=$**350**（通）

（**2**）（**i**）　水そうの容積をV（ℓ）とすると，満水状態から空になるまで，Bでx分間かかったことから，$V=12\times x$ ……………………………①

一方，求める時間をt（分）とすると，$20\times t=\frac{7}{12}V$であるから，

$t=\frac{7}{240}V$　これに①を代入して，$t=\frac{7}{240}\times 12x=\boldsymbol{\frac{7}{20}x}$ **（分）** ………②

（**ii**）　Bを開き始めてから満水になるまでの時間をu（分）とすると，

$$(20-12)\times u=\frac{5}{12}V=5x \quad \therefore \quad u=\frac{5}{8}x\ (\text{分}) \ \cdots\cdots ③$$

$t+u+x=79$より，②＋③＋$x=79$　∴　$\frac{79}{40}x=79$　∴　$\boldsymbol{x=40}$（分）

3. 方程式を立てる

文字を設定したら，それを用いて方程式を立てます．問題によって，1次方程式，2次方程式，連立方程式，…と様々な方程式が出てきます．

方程式を立てる際に，‘何について立式するか？’で迷うケースは少ないのですが，例えば速さの問題で，‘道のりについて立式する or 時間について立式する’などを選択するような場面も出てきます．

また，連立方程式となる場合には，**文字（未知数）と同じ数だけの式を立てる**のが原則です．そうでないと未知数の値が求められないからですが，例外的に，比だけを求めればよい場合（次の例題），文字が整数などの条件が付いている場合（‘不定方程式’といいます（☞p.76））などでは，少ない式でも解決することがありえます．

例題 4．A，B，Cの容器にそれぞれ5％，10％，x％の食塩水がいくらかずつ入っている．AとBの食塩水をすべて混ぜると8％，BとCの食塩水をすべて混ぜると13％，AとCの食塩水をすべて混ぜると11％になる．まず，A，Bに入っていた食塩水の量の比をもっとも簡単な整数の比で表し，そしてxの値を求めなさい．

（08　ラ・サール）

誘導に沿って，BとC，AとCの食塩水の量の比も求めてみましょう．