はじめに

本書は「ランクアップ中学数学〈数式編②〉」の続編で，取り扱っている内容は，文部科学省高校数学「数学I」の「2次関数」「3角比」と「数学II」の「多項式の割り算・3次方程式」を中心とする分野です．

実質的に中学数学ではないですが，中学数学，特に「ランクアップ中学数学〈数式編②〉」などで中学代数を学び終えた人が，その先の「一般の2次関数」を中心とした高校数学の初歩を無理なく学べるように，章立て，題材を取捨選択して1冊にまとめました．その際，関連分野として，中学数学からも近く2次関数で学んだテクニックを直接応用しやすい分野として，「3角比」（ピタゴラスの定理の一般化）と「多項式の割り算・3次方程式」（因数分解の応用）を数I・数IIのカリキュラムから選択しました．

中学数学の一歩先とはいえ，一般の2次関数でさえ，急激に抽象度，難易度が上がります．習い始めは特殊な式変形が多く，適切に計算するのに骨が折れ，数式から意味を読み取るのに苦労する局面が多くなるので，途中式をしっかり書いて丁寧に式変形を行うことは今まで以上に重要です．しかし，計算を確実に行えば，その結果が問題解決に直接つながり，だんだんと抽象的な問題にも対処できるようになっていきます．

本書では中学数学から高校数学へスムーズに接続できるように，中学数学の考え方を下地にして，その上に高校数学の理論を少しずつ載せていく形で，新規分野の基礎理論を説明するように心掛けました．基礎例題については一通り読めば，基礎理論の考え方が理解できるように配慮しています．また，第3章までは，基礎を理解することを重視したつくりになっていますが，第4章については一般の2次関数に関連した大学受験にも通用する発展的な内容まで扱っています．本書が高校数学の基礎理論の理解への一助になれば幸いです．

本書の特色

基礎例題：各章で取り扱う分野の考え方・基本公式などを，例題を交えて丁寧に説明しています．予備知識は「ランクアップ②」までの内容に絞っていますので，その分野を勉強するのが初めての人でも読み進められるように配慮しています．

例題演習：基礎例題の理解を深めるための基本演習です．順番に解いてゆけばその分野の基本事項を一通り学べるようになっています．各単元にその分野を象徴するようないわゆる「典型問題」があり，それらをマスターすることを目指します．

類題演習：例題演習の理解度を確認するための類題です．例題の1問をしっかり理解することはとても大切ですが，類題を解くことでその理解をさらに深めていきましょう．「典型問題」などの基礎力固めに有効です．

演習問題：基礎例題・例題演習の考え方を用いれば無難に解答できる標準・応用問題を集めています．基礎を理解していればノーヒントでも攻略可能ですが，解けない場合はヒントを参考にチャレンジしましょう．学校の定期試験対策としてまとめて練習するのもお勧めです．

応用演習：単元をさらに深く学ぼうとする人にお勧めです．数Ⅰ・数Ⅱの教科書の内容よりは高度なものも含まれています．難易度的には大学受験問題の標準的なレベルですが，受験問題に特化せずに中学生でも興味が持てる問題を選択しました．

第1章に関しては第4章全体が第1章の応用演習となっていますので，第4章の応用演習はありません．

本書の使用方法

① 独学で本書に取り組もうと思っている方へ

まだ，学校で習っていない単元を自力で勉強しようと思っている方は，例題の解説を読み進めてください．基礎例題については，初めて習う人に対してその単元の内容が理解できるような書き方を心がけています．基礎例題・例題演習を一通り読んだ後で，もう一度解説を見ないで例題を解いてみましょう．まずは基礎例題・例題演習・類題演習までをしっかり学習しましょう．

② 数学が好きでどんどん力をつけたい方へ

すでに学校で習って基礎理論が理解できている方は，演習問題から解いていくのがよいでしょう．わからなくても，すぐに答を見ずに最低 10 分位は考えるようにしましょう．数学の力をつけるコツは，しっかり考えることです．解けなかった問題は解答・解説を読んで納得した後もう一度自力で解いて見ましょう．応用演習は中学生にも取り組みやすいある程度具体的な問題を集めています．面白そうな問題からチャレンジしてみましょう．

③ 数学に苦手意識を持っている方へ

計算ミスをなくすためには，きちんとした式変形に従い，必要なステップを踏んで計算することが大切です．数 I の範囲では中学の範囲以上に確実な計算力が必要になり，計算システム自体をマスターすることが基礎学習の目標になります．自己流の計算に固執していると正確に答が出せないこともあります．基礎例題の計算手順の通り式変形が出来るように練習し，計算の基本操作をしっかり身につけましょう．

④ 学校の定期試験対策・大学受験勉強には……

演習問題を一通り解いて，間違えたり解けなかったりした問題に対応する基礎例題の解説を読んでみるのが最短コースです．しっかり勉強したい人は，基礎例題を解き進めていくのがお勧めです．第 1 章から第 3 章までは受験レベルの基礎が，第 4 章に関しては 2 次関数を用いた発展レベルの内容がまとめられています．この問題集全体を通して，受験レベルの「2 次関数」「多項式」「3 角比（3 角関数の範囲は除く）」の学習が可能になっています．

目 次

§1　2次関数のグラフ

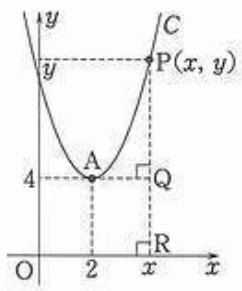
基礎例題 1-1（$y=ax^2$ のグラフを平行移動）

右の曲線 C は，2次関数 $y=3x^2$ のグラフ（放物線）を頂点が A(2, 4) となるように平行移動したものである．C 上に図のように点 P をとり，P(x, y) とおく．

(1) 以下の長さを x のみの式で表せ．

(i) AQ　　(ii) PQ　　(iii) PR

(2) y を x の式で表し，曲線 C 上の点 P(x, y) の満たす式を求めよ．



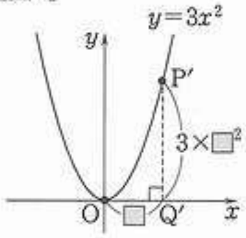
解説

(1) ［図1］のように $y=3x^2$ のグラフ上の点の高さ P′Q′ は，原点からの水平距離 OQ′ の2乗に比例します．［図1］の場合，比例定数は x^2 の係数「3」なので，

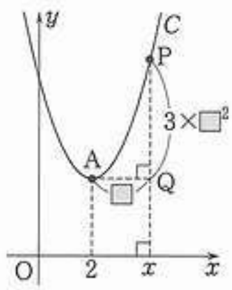
$$\mathrm{P'Q'}=3\times\mathrm{OQ'}^2\ (=3\times\square^2)$$

が成り立ちます．

［図1］



［図2］



［図2］の曲線 C は［図1］と同じ曲線なので，

$$\mathrm{PQ}=3\times\mathrm{AQ}^2\ (=3\times\square^2)$$

が成り立つことを用いて立式しましょう．

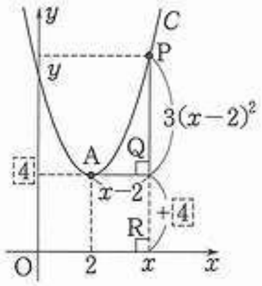
［図3］において，

(i) AQ$=\boldsymbol{x-2}$ より

(ii) PQ$=3$AQ$^2=\boldsymbol{3(x-2)^2}$

(iii) PR$=$PQ$+$QR$=\boldsymbol{3(x-2)^2+4}$

［図3］



(2) 曲線 C 上の点 P(x, y) の高さ y(=PR) は x を用いて

$$\boldsymbol{y=3(x-2)^2+4}$$

と表すことができました．点 P を C 上の他の点にとっても，上の式が成り立つので，これが曲線 C 上の点 P(x, y) の満たす式といえます．

放物線 $y=a(x-p)^2+q$ について

2次関数のグラフ $y=ax^2$ を，頂点が A$(p,\ q)$ となるように平行移動した曲線（これを C とおく）の式は，C 上の点 P を P$(x,\ y)$ とおくと，

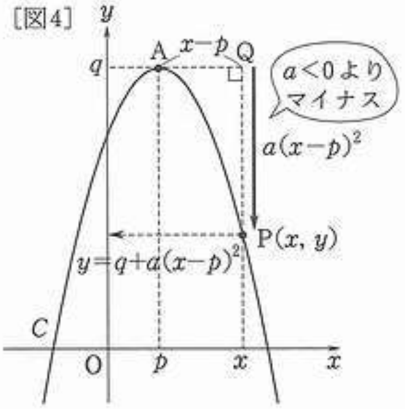
$$y=a(x-p)^2+q \cdots ①$$

と表せます．$a>0$ のときは，[図3]と同様に求められます．

$a<0$ のときは，[図4]のように $a(x-p)^2$ がマイナスの値なので，$q+a(x-p)^2$ が点 Q より下の点 P の y 座標を表し①と同様の式を得ます．

曲線 C は放物線 $y=ax^2$ と同じ形なので，$y=a(x-p)^2+q$ を**放物線の式**といいます．

[図4]

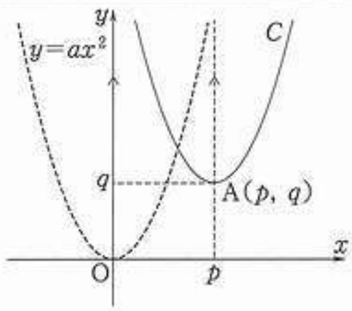


放物線の式 $y=a(x-p)^2+q$

放物線 $y=ax^2$ を，頂点が A$(p,\ q)$ となるように平行移動した曲線 C の式は

$$y=a(x-p)^2+q \cdots ①$$

と表せる．①を，点 A$(p,\ q)$ を頂点とする放物線の式という．

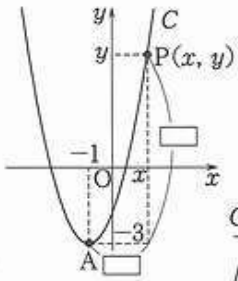


類題演習 1−1　（解答は p.194）

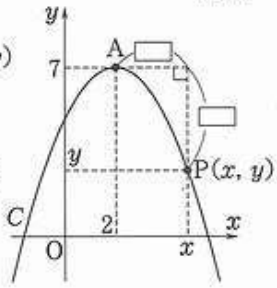
(1)　[図1]の曲線 C は放物線 $y=2x^2$ を頂点がA$(-1,\ -3)$ となるように平行移動したものである．$\boxed{}$ を x のみの式で埋め C の式を求めよ．

(2)　[図2]の曲線 C は放物線 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ を頂点が A$(2,\ 7)$ となるように平行移動したものである．$\boxed{}$ を x のみの式で埋め C の式を求めよ．

[図1]



[図2]



(1)の放物線 C は放物線 $y=ax^2$ を頂点が A(4, −1) となるように平行移動したものです．これは，C 上に点 P をとると[図1]のように，P と頂点 A との高さの差 PHが水平距離 AH の 2 乗に比例することを意味します．このときの，比例定数が a なので，

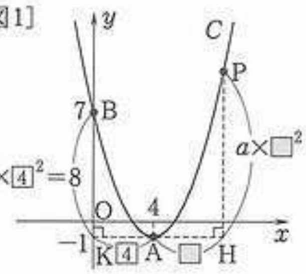
$$\mathrm{PH}=a\times\mathrm{AH}^2\ \ (=a\times\square^2)$$

が成り立ちます．これと同様のことを放物線 C と y 軸との交点 B で行うと，$\mathrm{BK}=a\times\mathrm{AK}^2$，即ち

$$7-(-1)=a\times(4-0)^2 \text{ より }\quad 8=16a \quad \therefore\ \ \boldsymbol{a=\frac{1}{2}}$$

と求めることができます．

[図1]



(2)の放物線 C は，放物線 $y=ax^2$ を頂点が A(−2, 9) となるように平行移動したものです（[図2]）．ここで，**C は上に凸なので a が負**であることに注意しましょう．すると $a\times\mathrm{AH}^2$ の値も負になるから

$$-\mathrm{PH}=a\times\mathrm{AH}^2$$

になります．（ここで $\mathrm{PH}>0$ と考える）

これを，C と y 軸の交点 B で行うと，

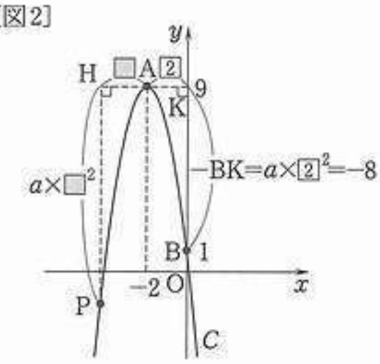
$$-\mathrm{BK}=a\times\mathrm{AK}^2$$

即ち，$-(9-1)=a\times\{0-(-2)\}^2$

より，$-8=a\times2^2\quad\therefore\ \ \boldsymbol{a=-2}$

と a を求めることができます．

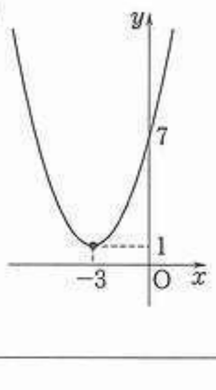
[図2]



類題演習 1−2（解答は p.194）

右の放物線の式を求めよ．

(1)



(2)