



本書の利用法

◆ 本書の特色 ◆

本書は、標準～難関高校受験を目指す中学生向けの分野別の解説書である“解法のエッセンス・シリーズ”の中の「立体図形編」です。

このシリーズは、‘教科書レベル’から‘難関高校入試レベル’への橋渡しを目指すものですが、特に本書で取り上げる「立体図形」の分野では、この2つのレベル間の格差が顕著です。教科書ではあまり詳しく触れられておらず、しかも入試においては難問率が極めて高いのがこの分野の特徴だからです。そこで、本書では、その深い溝を埋めるべく、以下のような特色を持たせています。

まず、教科書レベルの知識は一通り身に付けていることを前提にします。その上で、各項目ごとに、

重要な定理や公式、必須知識などを、主に例題の解説を通して学習し、その理解度を、例題よりはやや難しめの練習問題を解くことで確認するという流れになっています。例題・練習問題はともに、近年の高校入試問題の中から演習する価値の高い良問を精選していますが、月刊誌「高校への数学」で用いられている難易度、

A…普通、B…少し難、C…難、D…かなり難

に照らすと、例題はA～B、練習問題はB～Cレベルのものが中心になっています。

◆ 本書の構成 ◆

本書は大きく、右のような3部構成になっています。

‘第1部：必修編’で立体図形の必須事項を学んで強固な土台を作り、‘第2部：応用編’ではやや発展的な話題を通してゆるぎない実力を築き上げ、‘第3部：ランダム演習’で最後の総仕上げを図る、という構成です。

第1部：必修編

第2部：応用編

第3部：ランダム演習

第1部は、'第1章：角柱・角錐の Training'と'第2章：球・円柱・円錐の Training'とに2分され、それぞれが4～5個の Section に分かれています。また第2部は、入試でよく扱われる話題ごとに9個の Section に分類され、それぞれのテーマの攻略法が詳細に解説されています。

さらに、本書全体を通して、'ミニ講座'や'コラム'なども散りばめられ、巻末には、本書で用いられている「立体図形」以外の分野の'定理・公式集'が用意されています。

◆ 本書で使われている記号 ◆

★ ……問題番号の右肩に付いている場合は、難易度がCレベルの発展問題であることを表します。

●解 ……その問題の本解を表します。

●別解 ……本解に対する別解を表します。

➡注 ……解答の補足や問題の背景等々の注意事項です。

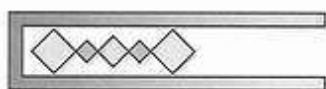
■研究 ……その問題についての一般論や、高校(以上)で学ぶ内容などの発展事項が述べられています。

□ ……参照してほしいページや事項を指し示しています。

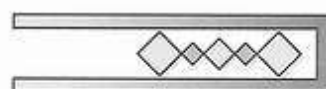
*

*

その他、重要部分や注目してほしい部分は、太字になっていたり、網目がかけられていたり、傍線(——や——など)が引かれていたりしています。そのような箇所は、特に念入りにチェックして下さい。



目 次



本書の利用法	2
--------------	---

第1部 必修編	5	第2部 応用編	67
---------------	---	---------------	----

第1章 角柱・角錐 の Training

① 角柱・角錐の切断面	6
ミニ講座① 三垂線の定理	11
② 角柱・角錐の切断(1)	12
③ 角柱・角錐の切断(2)	18
ミニ講座② ねじれの位置	23
④ 角柱・角錐の体積(1)	24
⑤ 角柱・角錐の体積(2)	30
練習問題の解答	34

第2章 球・円柱・円錐 の Training

① 内接球	44
② 外接球・辺に接する球	48
③ 円錐と円柱	52
④ 立体の交わり	56
練習問題の解答	60

① 正多面体の埋め込み	68
② 角柱・角錐と動点	71
③ 正体不明の立体	76
④ 折れ線の長さの最小	80
⑤ 糸を巻く	83
⑥ 重ねる・削る	86
⑦ 影の問題・水の問題	90
ミニ講座③ 立方体の対角線	95
⑧ 空間での回転	96
⑨ 複数の球	102
練習問題の解答	109

第3部 ランダム演習

問題	128
解答・解説	132

他分野の定理・公式集	142
------------------	-----

○ 第 1 部 必修編

○ 第 1 章 角柱・角錐の Training

解説 p.6～33

練習問題の解答 p.34～43

○ 第 2 章 球・円柱・円錐の Training

解説 p.44～59

練習問題の解答 p.60～66

ここでは、立体図形の学習の基盤となる知識の確認・習得を目指します。

第 1 章で、平面によって囲まれた図形(角柱・角錐)を扱い、第 2 章で、曲面が現れる図形(球・円柱・円錐)を扱います。

この必修編で、第 2 部以降の難問にも太刀打ちできる実力の養成をはかりましょう。

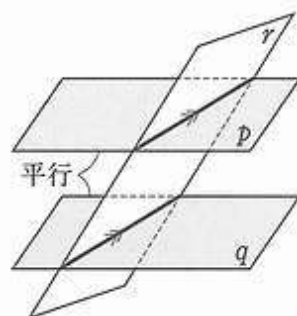
第1章 角柱・角錐の Training

Section 1 角柱・角錐の切断面

平面は、(一直線上にない)3点で決まります。右図のように、その3点で1つの三角形ができ、それを含む平面(図の網目部)が確定するからです。すると、立体の表面上の(一直線上にない)3点を与えられれば、その3点を通る切断面が決まることになります。



以下ではまず、立体の切断面のとらえ方を、最も基本的な立体図形である立方体について学ぶことにします。



1. 立方体の切断面

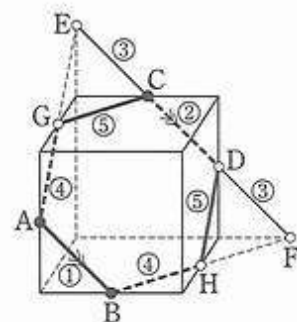
立体の切断面をとらえる原則は、次の3つです。

- I. 同じ表面上にある2点は、直線で結ぶ。
- II. 平行な表面上の切り口は、平行線になる。
- III. I, IIで引いた直線を伸ばす。

IIについて：平行な2平面 p, q を平面 r で切るとき、切り口の2直線は平行になる。

右図の立方体を例にとりましょう。表面上の3点A, B, Cを通る切断面を考えてみます。

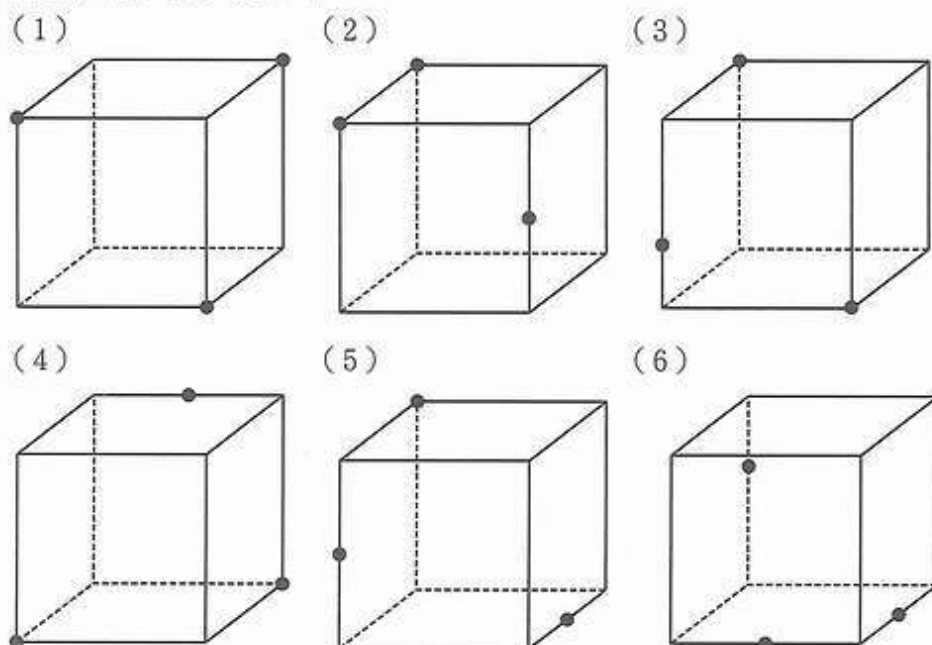
- ① まず、Iにより、AとBを結ぶ。
[AとC, BとCは、結べない。]
- ② 次に、IIにより、図の平行線CDを書く。
[I, IIではここまでなので、IIIを使う。]
- ③ 直線CDを伸ばして、E, Fをとる。
- ④ EとA, FとBを結び、G, Hをとる。
- ⑤ Iにより、GとC, HとDを結ぶ。
[切断面のとらえ方は、他にもある。]



切断面は、図の太線の六角形ABHDCG。

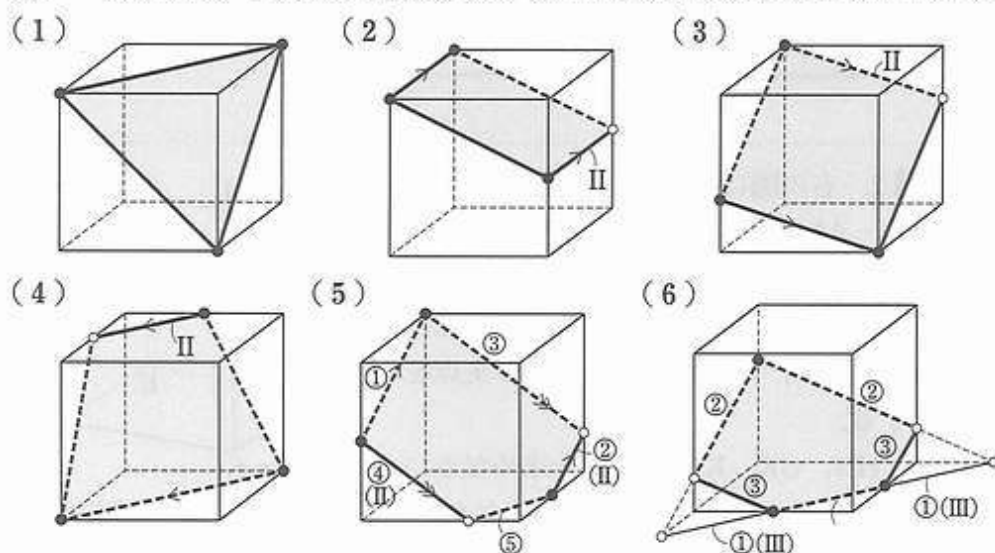
少し、練習してみましょう。

例題 1. 次の各立方体を、●の3点を通る平面で切ったときの切り口を、図に書きなさい。



左ページのⅠ～Ⅲの原則を踏まえて、切断面を書きこんでいきましょう。
やり方はいろいろあります。下記は、その一例と考えて下さい。

解 切断面は、各図の網目部分のようになる(①, ②などは順番を表す)。

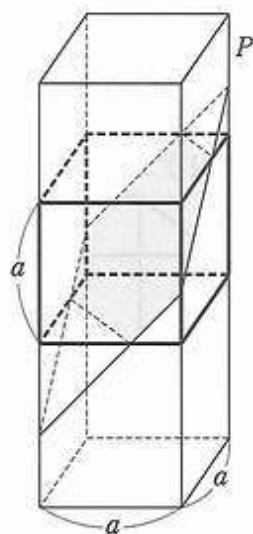


以上の例で、立方体の切断面として、

三角形・四角形・五角形・六角形……㊦

が現れましたが、(立方体の面は6つですから)七角形以上が現れることはありません。

また、例えば例題1の(5)、(6)の切断面は、ともに2組の平行な辺をもつ五角形ですが、立方体の切断面㊦は、すべて平行四辺形の一部になっています。それは、右図のような、底面が1辺 a の正方形の細長い柱体 P をイメージすることで理解できます。この P から高さ a の立方体(太線部)を切り出すと、 P の切断面(平行四辺形)の一部が立方体の切断面として現れる、というわけですね。



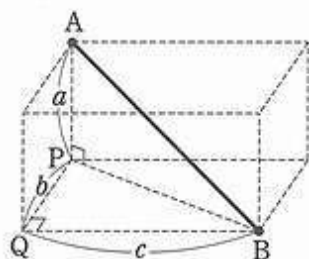
もう一題、今度は実際に入試に現れた例を眺めてみます。

その前に、次のことを確認しておきましょう。

立体図形上の2点間の距離は、その2点を対角線とする直方体をイメージして、

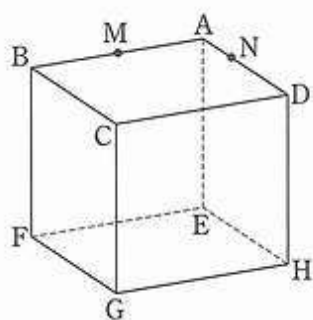
$$\begin{aligned} AB^2 &= \sqrt{AP^2 + PB^2} = \sqrt{AP^2 + (PQ^2 + QB^2)} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{aligned}$$

として求める。



例題 2. 右の図は1辺の長さが6の立方体である。AM=3, AN=2となる2点M, Nを図のようにとって、3点M, N, Hを通る平面を考える。この平面とBCの延長との交点をL, この平面とFGとの交点をKとする。

- (1) HN, GK, KNの長さを求めなさい。
- (2) 四辺形NLKHの面積を求めなさい。



(06 慶應志木)