はじめに

長年にわたって難関校受験生からの絶大な支持をいただいている，大学受験数学専門誌・月刊『大学への数学』のメインの記事で，数ＩＡⅡＢの主要分野を演習する“日日の演習”の昨年（2010年）の9，10月号の場合の数，確率を，1冊にまとめました．コンパクトな新書版なので，いつでもどこでも手にとって読み進められます．

問題の難易度は標準〜発展レベルなので，本書の問題がマスターできれば，場合の数，確率に関する入試問題に対して，余裕を持って臨むことができるでしょう．

今年度の月刊誌の“日日の演習”ですでに学習した人にとっても，昨年度のぶんを補強することにより，完成度を高めることができましょう．

また，補充問題として月刊『大学への数学』2010年，2011年の3〜5月号の入試特集で取り上げた大学の入試問題からも，場合の数，確率に関するものを精選して掲載しましたので，有名難関校の問題にも触れることができます．

本書によって，場合の数，確率への自信をゆるぎないものにしてください．

▶▶▶ 本書の利用法

♣対象

教科書および基本問題は卒業し，典型的な標準問題も無理なくこなせる人を対象にします．

♠本書の構成

本書は，問題編，要点の整理，解説からなります．

問題編では，場合の数，確率，それぞれ最後のところに，問題の難易と目標時間をまとめて掲載してあります．例えば，各自の学習の進行状況により問題を取捨選択したり，簡単には手がかりが得られない問題でも解答をすぐ見ずに目標時間の半分位は考えてみる，といったように御活用下さい．なお，難易と目標時間は，入試本番の時点を想定してのものです．

要点の整理では，本書のレベルの問題を解くのに必要な定義，定理，公式や特に重要な手法を紹介してあります．詳しい証明などは省略したものもありますので，“暗記用”ではなく，“確認用”のつもりで御利用下さい．

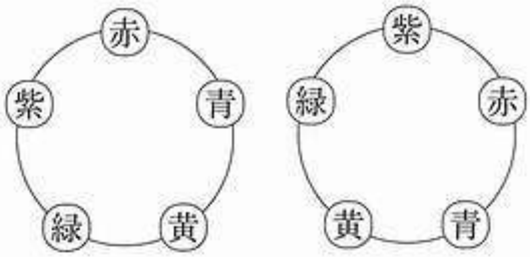
解説編では，まず，問題文を再掲してあります．次に，その問題に対する手がかりなどを前書きとして簡単に紹介し，解答（解）に移ります．手が出なかった問題は，解を読む前に，前書きを参考に再考するのもよいでしょう．

ポケット日日の演習
③場合の数，確率

目 次

場合の数・問題編

1・1　色のついた玉を円形に平面に並べて，平面上の相互の位置関係だけに注目をする．例えば，右の２つは同じ並べ方と考える．



（１）　赤，青，黄，緑，紫の５つの玉を円形に並べる並べ方は何通りあるか．

（２）　（１）の場合において，赤の玉と青の玉が隣り合う並べ方は何通りあるか．

（３）　赤の玉２つと，青，黄，緑，紫が１つずつの合計６つの玉を円形に並べる並べ方は何通りあるか．

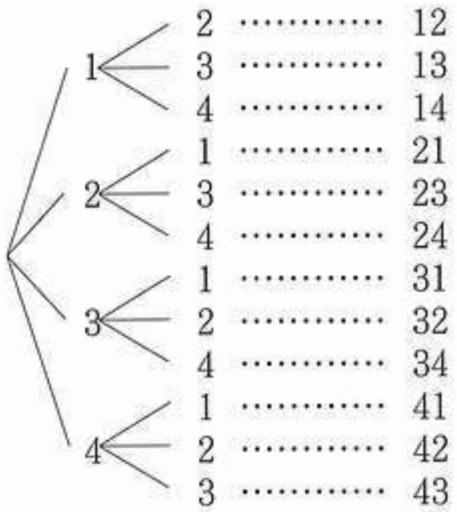
（４）　（３）の場合において，赤の玉２つが隣り合わない並べ方は何通りあるか．　　（10　名古屋女子大）

場合の数・要点の整理

1．順列と組合せ

異なる n 個のものから異なる r 個を選び，その r 個を1列に並べて得られる順列の個数は，${}_nP_r$ と記号化されています．

たとえば，${}_4P_2$ だと，異なる4個を1，2，3，4として ${}_4P_2$ 通りのすべてを'樹形図'で表現すると，右図のようになって，



$${}_4P_2=4\times3$$

と数えられることがわかります．一般の場合は，

$${}_n\mathbf{P}_r=\boldsymbol{n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)}\ \text{（}r\text{ 個の積）}$$

となることも，樹形図からすぐにわかるでしょう．

このように，順列を樹形図化して，具体化し，全体を展望することは，場合の数だけでなく確率における土台でもあるので，よく慣れて，頭の中でイメージできるくらいにしておきたいものです．

*　　　　　　　　*

異なる n 個のものから異なる r 個を選び，（順列のように1列に並べたりせず）その r 個を単なる寄せ集めとしか見なさないとき，その寄せ集めを'組合せ'といいその個数を ${}_nC_r$ で表します．

${}_nC_r$ 個ある組合せの１つ１つから，${}_nP_r$ 個ある順列のうちの $r!$ 個ずつを作ることが出来るので，

$${}_nC_r \cdot r! = {}_nP_r$$

$$\therefore \quad {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{\boldsymbol{n!}}{\boldsymbol{r!(n-r)!}}$$

組合せは‘順列の束’という見方をしたわけですが，このように‘束’の観点から個数を処理する考え方は非常に重要です．

例題 1. A，A，A，B，B，C，C の７文字を１列に並べるとき，全部で何通りの配列が考えられるか．

７つの場所に右のように番号をふり，まず，A の３文字の場所，つぎに B の２文字の場所を定めることによって配列を定める（残り２つの場所はC）ものとすると，A の３文字については，$\boxed{1}$～$\boxed{7}$の７つから３つを選ぶ組合せである ${}_7C_3$ 通り考えられる．

$\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{6}\ \boxed{7}$

この ${}_7C_3$ 通りのそれぞれについて，${}_4C_2$ 通りの B の場所の定め方が考えられるので，けっきょく，

$${}_7C_3 \times {}_4C_2 = 35 \times 6 = \mathbf{210}\ \textbf{通り} \quad /\!/$$

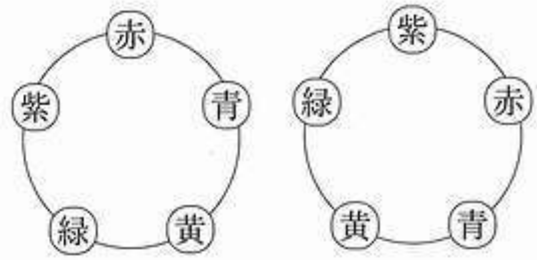
このように，順列なのに ${}_nC_r$ が登場する！ことは珍しくはありません．

なお，例題１は（上と同じことですが）A_1，A_2，A_3，B_1，B_2，C_1，C_2 を並べ，A_1，A_2，A_3 を A とみなして（B，C も同様）$\dfrac{7!}{3!\cdot 2!\cdot 2!}$ と数えてもよいでしょう．

場合の数・解説編

解答の☆，★については☞p.3

1・1　色のついた玉を円形に平面に並べて，平面上の相互の位置関係だけに注目をする．例えば，右の2つは同じ並べ方と考える．



（1）　赤，青，黄，緑，紫の5つの玉を円形に並べる並べ方は何通りあるか．

（2）　（1）の場合において，赤の玉と青の玉が隣り合う並べ方は何通りあるか．

（3）　赤の玉2つと，青，黄，緑，紫が1つずつの合計6つの玉を円形に並べる並べ方は何通りあるか．

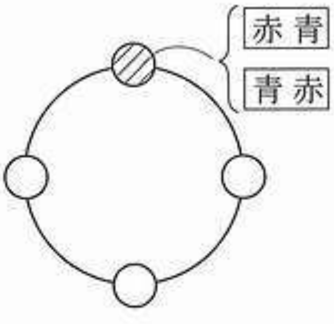
（4）　（3）の場合において，赤の玉2つが隣り合わない並べ方は何通りあるか．

*　　　　　　　　*

［**解説**］　円順列では1つ固定するのが原則です．

（3）　同じものが複数個あるうちの一つを固定するとダブリのもとなので，赤以外の玉を固定しましょう．

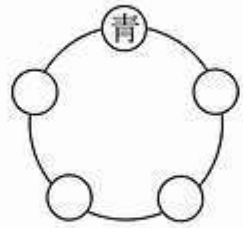
解　(1)　赤の位置を固定して，残り 4 個を並べると，$4!=$**24 通り**.



(2)　赤と青が隣り合ったものの位置を固定すると，残り 3 個の並べ方は $3!$ 通り，赤と青のどちらが左かで 2 通りあるから，

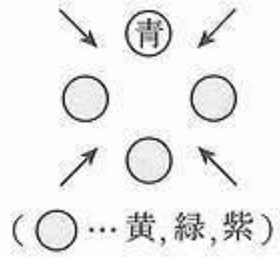
$3!\times 2=$**12 通り**.

(3)　青を固定し，残りの赤，赤，黄，緑，紫を並べて $\dfrac{5!}{2!}=$**60 通り**.



(4)　赤が隣り合うものは，青を固定し，ひとかたまりの赤赤と，黄，緑，紫を並べる $4!=24$ 通り．答えは $60-24=$**36 通り**.

別解　(4)　青を固定し，黄，緑，紫を並べ（$3!$ 通り），さらに，右図の 4 箇所の矢印から 2 箇所選んで赤を入れればよいから，答えは $3!\times {}_4C_2=$**36 通り**.



≪ヒビモニの解答≫　(3)(4)　5 人は解と同様にして正解．3 人は赤を一つ固定し，2 人正解，1 人ダブリ．
菊田君「オルト，メタ，パラとか言いたくなる」（15 分）