中学入試

カードで鍛える

図形の必勝手筋

平面図形 編

はじめに

中学入試で，図形の問題を限られた時間内に解くためには，どのような力が必要でしょうか．それは，図形のパターン認識力です．パターン認識力とは，問題の構図を見た瞬間に，ああ，これはあのパターンと同じ問題だな，と頭の中で問題が分類でき，パターンごとの解法が想起できる力のことです．試験場では，あれやこれやと補助線を引きながら問題を解くために十分な時間を与えられてはいません．構図を見ただけで，瞬間的に手筋が思い浮かび，解答の流れが思い浮かぶようになっていることが必要だと考えます．

では，そのためには，どのような学習法，トレーニングを積み重ねたらよいのでしょうか．

その答えの 1 つが，この本が提案する学習法です．

この本では，“手筋”と称して問題を解くときの 44 個の基本パターンを提示しました．これだけでも他の参考書にはない，相当に価値のある内容になっています．図形の問題をただ漫然と並べて解説した参考書は数多くあっても，図形の問題を解くために必要な手筋を突き詰め、それを整然と開示した参考書は，この本以外にないからです（今のところ）．みなさんには，この手筋編を使って，まずは図形の問題を解くときの手筋を理解してもらいます．これによって，基本的な構図の問題がしっかり解けるようになります．

そしてさらに，その手筋の運用力を実戦で使えるレベルにまで高めてもらうために，訓練用の学習カードを用意しました．このカードに書かれている問題を繰り返し解くことで，複雑な構図の問題でも見ただけで解法が思い浮かぶようになるのです．

本の形でなく，カードの形にしたのには訳があります．紙に書いて解くことだけが，算数の学習法ではないのです．図形の問題では，問題の構図を見て，反射的に手筋・解答を思い浮かべるというトレーニングが有効です．短い時間で大量の問題を解くことで，図形の問題を解くときの直観力・反射神経を養うことができるようになるのです．この反射神経を養うには，カードを 1 枚 1 枚めくっていくリズムがぴったりだと考えるからです．

学習の目標は，**ランダムに並べた学習カードを 1 枚めくる度に，問題の解答が電光石火のごとく頭の中にひらめく**ことです．この目標を達成すれば，たとえ未知の構図であっても手筋の運用法を思い付くようになります．

いかがでしょう．画期的な学習法を提示した本だと思われませんか．

この学習法を用いることで，図形の問題を得意分野にし，みごと中学受験の栄冠を勝ち取っていただきたいと思います．

中学入試

カードで鍛える

図形の必勝手筋

平面図形 編

目・次

本書の利用法

最初に手筋編（p.10〜p.53）を，問題を解きながら読みましょう．答えがあっている場合は，解答は読まなくても構いません．ただ，答えがあっている場合でも，ヒント欄（ヒントの印があるところ）のところはしっかりと読んでください．あなたが用いた解法と異なる解法が紹介されていることが間々あるでしょう．

手筋編のページレイアウト

図形の問題には本筋の解答の他に別解がある場合が多いのです．特に構図が複雑になってくると，解答が1通りということは，まずありません．また，たとえ簡単な構図の場合でも，今まであなたが知ってきたような解法で解いているとは限りません．

ここで紹介している解法は，筋のよい解法ばかりです．「筋がよい」というのは，本質的でより応用範囲が広いということです．あなたが今まで学んできた解法も，あなたが使い慣れてきたという意味では素晴らしい解法ですが，ここで書かれた筋を身につけ，実戦で使えるようになることは，あなたの図形問題を解く力を大きく飛躍させることになるでしょう．

ヒント欄には，

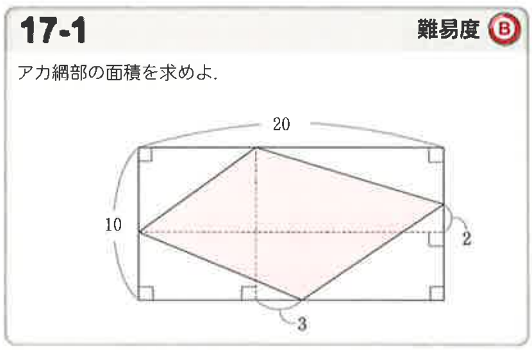
手筋が成り立つ理由，
手筋がどういう構図のときに使えるのか，
手筋を使うコツ

などが書かれています．例題以外の問題において手筋を十分に使いこなすためには，ヒント欄をしっかり読み込むことが大切です．

全部で44の手筋が紹介されています．中には難し目の例題もあります。問題が解けない場合は答えが出るまで粘らず，下にある解答を見てかまいません．ヒントを読んだ上で，どのような手筋がどこで使われているのかを意識しながら，解答を読んでみましょう．

ひととおり手筋編の問題に当たり，おおよそ手筋を理解したところで，次にカード編の学習に進みます．巻末にあるカードのページを本から切り離してカードを作ります．

ここで，カードに書かれている記号について説明しましょう．



カードの左上に書かれている記号，上の図では「17−1」になっていますね．「17−1」の17は，17番目 の手筋「2分の1系」を用いる問題であることを示しています．「17−1」の1は，17の手筋を使う問題に対してつけた通し番号です．

ですから，左上の記号を読むと，カードに書かれた問題が，1から44までのどの筋を用いて解くことができるのかが分かる仕組みになっています．

カードの裏面には解答が書かれています．が，スペースが小さいため，手筋の理解を前提にした簡潔な解答しか書かれていません．手筋に慣れて

いないうちは，解答が読めない事態に陥るかもしれません．そんなときは，左上に書かれている記号をたよりに手筋を割り出し，手筋編の該当ページを復習してください．

カードの右上に書かれている記号（上の図ではB）は，問題の難易度を表しています．問題の難易度は，A から順に難しくなっていきます．言葉に直すと，

A　基本問題
B　標準問題
C　応用問題
D　ハイレベルな問題

となります．

A，B が書かれた問題は，手筋がそのまま使われている問題です．手筋を理解するための問題と言ってもよいでしょう．実際，手筋編で挙げた例題と数値だけが異なっているような問題も含まれています．

一方，C，D が書かれた問題の難易度は，難関校の入試問題レベルになっています．このくらいの難易度の問題になると，用いる手筋が 1 つだけとはかぎりません．複数の手筋を組み合わさなければ解けないような問題も含まれます．左上に書かれた手筋はあくまでも主な手筋のひとつです．この手筋だけでは解けない場合もありますから，左上に書かれている記号にとらわれることなく，問題の構図を眺めていくことが必要です．

A，B が基本的な型の稽古であるとすれば，C，D は乱取り稽古だと言ってもよいでしょう

カードを切り離す前，問題は手筋順に並べられています．一度は手筋順に問題を解いてみることをお薦めします．バラバラにしてしまったカードを並べ直すのが面倒だという人は，初めのうちは，カードのページを本から切り離さずに問題を解いてみるのも一案です．

また，手筋の理解を確認するために A，B の問題だけを選んで解いてみるのもよいでしょう．もちろん，自信がある人は，C，D の問題まで挑戦してみて構いません．

ひとくちに「問題を解く」と書きましたが，この場合の「問題を解く」とは，ペンを持って紙に式を書いて計算し，答えの値までしっかり出すということを意味しています．

手筋を理解するために，問題を手筋ごとに解くことを 2，3 回くり返しましょう．手筋をしっかり身に付けることができます．

くり返さなければならない回数は学習する人により異なります．問題を見たときに手筋がすぐに思い浮かぶようになることが 1 つの目安です．もう，この段階まで来ると，ペンをもって解答を紙に書かなくてもかまいません．頭の中に手筋が思い浮かび，解答の流れを頭の中に思い浮かべることができるようになればよいのです．

じっくり問題を解いていると，多くの問題をこなすことができません．解答を紙に書くことはせず，短い時間で大量の問題を頭の中で解くという学習法は，図形に対する直観力を養う秘策の 1 つであると考えます．カードを小気味よくめくっていくペースに頭の回転が付いていけるようになれば，しめたものです．

しかし，こうして手筋がすぐ思い浮かぶようになっても，問題が順番に並べられているから，手筋をうまく思いついているだけなのかもしれません．実際の入試では，問題を解くための手筋が予め与えられていることはありません．問題を解く手筋は自分で見つけなければならないのです．手筋を自分で見つけられる力を養うためにも，手筋順に並べられたカードをシャッフルし，順序を崩して問題を解くことをお薦めします．ランダムに出てくるカードに対して，次々とそれを解く手筋を思い起こして行く．これほど図形的直観力が養われる方法はありません．ここが，この本がカードにこだわった理由の 1 つです．

この本のカード学習の最終目標は，

ランダムに並べたカードを見て，
反射的に手筋と解答の流れが
頭の中に明確に思い浮かぶ

ようになることです．

カード教材のメリットは他にもあります．持ち歩きに便利なところです．カードの問題を見て，手筋と解答の流れを思い浮かべる訓練の段階になれば，机がなくても勉強ができます．塾の行き帰りでの電車の中，試験直前の待ち時間など，時と場所を選ばず学習することができます．受験生のみなさんは忙しい日々を送られていることと思いますが，ちょっとした合間の時間でも学習をすることが可能です．

ぜひとも，このカードを利用し尽くして，図形の問題を得意分野にしていただきたいと考えます．

問題文・図の読み方

カード学習は，短時間で多くの問題にあたることが眼目の 1 つになっています．そのために，一瞬にして題意が分かるような，さまざまな工夫が施されています．

本来であれば問題文に書くべきことであっても，図の中の記号で表現して済ます場合があります．また，問題文を短く表現するために表記上の約束事を設けてあります．慣れていって，問題把握のスピードを付けていって下さい．

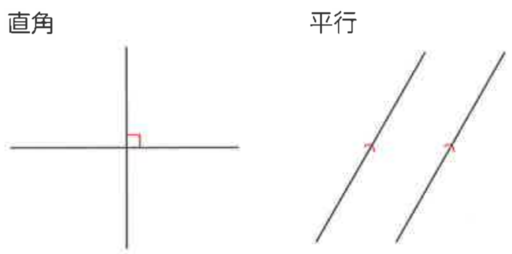
① 問題文，図の中の数字に単位がつけてありません．

長さを表す単位は **cm**，**面積**を表す単位は **cm^2**

です．補って読んでください．

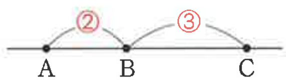
図の中に単位があると，脳が構図を捉えるときの雑音となります．それだけ構図の印象が弱くなってしまうのです．それを避けるために単位は付けてありません．

② 2 本の直線が**直角**に交わるとき，
2 本の直線が**平行**であるとき，
はそれぞれ，右のように表します．



③ 三角形 ABC は，**△ABC**，四角形 ABCD は，**□ABCD**
と表記します．

④ 辺の長さの比は，
②：③，$\boxed{2}$：$\boxed{3}$，△2：△3
など，数字を同じ囲み方をして表します．



AB：BC＝2：3

⑤ **円周率**はすべて **3.14** で計算してください．問題文には書かれていません．

中学入試

カードで鍛える

図形の必勝手筋

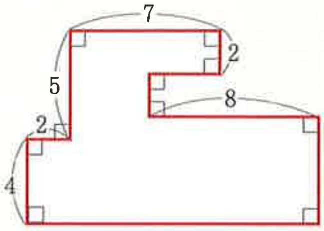
平面図形編

手筋編

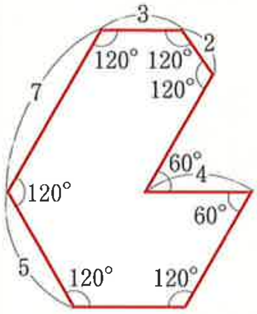
1. 周の長さ

次の図形の周の長さを求めよ．

（1）

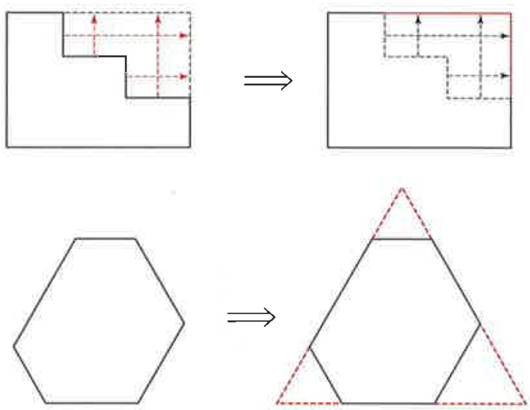


（2）



ヒント

辺の長さの和，図形の周長を求める問題では，辺を移動し，**長方形，正三角形を補助にして長さを求めます．** 1つ1つの辺の長さを求めることはできない場合でも，辺を集めて和をとることによって，周の長さは決まります．



解答

（1）　図1のようにして，辺を移す．

たての辺の長さの和は，

(5+4)×2=18(cm)

8cm は，a(cm) と b(cm) の長さに分けられるが，a が2本，b が2本あるので，周の長さを考えるときは，

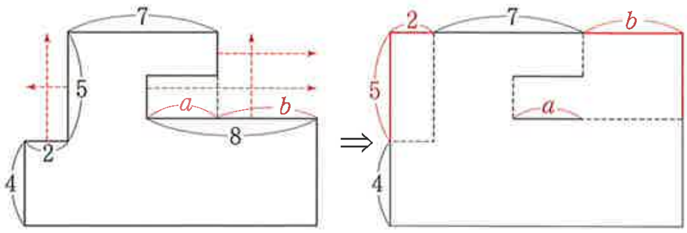
a×2+b×2=(a+b)×2=8×2

と計算する．よこの辺の長さの和は，

(2+7+8)×2=34(cm)

周の長さは，18+34=**52(cm)**

図1

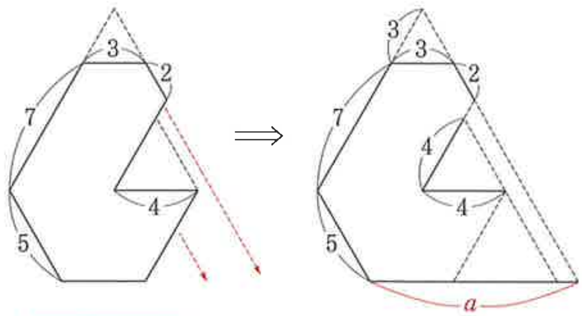


（2）　図2のようにして，辺を移す．

a の長さは 10(=7+3) cm なので，

(7+3)×2+5+4×2+2=**35(cm)**

図2



別解

図3のようにして，点が矢印の向きに図形を1周すると考える．

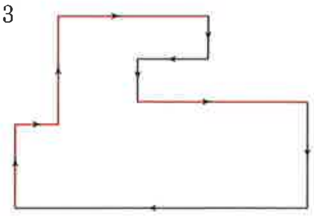
（1）　**(上に進む距離)**=(下に進む距離)

(右に進む距離)=(左に進む距離)

なので，周長は，上に進む距離，右に進む距離の2倍で，

(4+5+2+7+8)×2=**52(cm)**

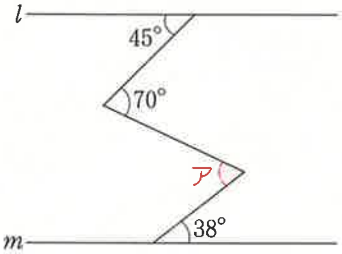
図3



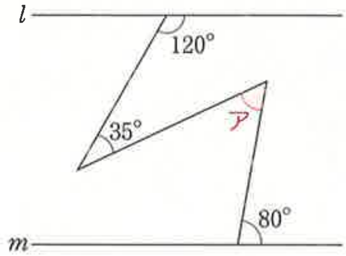
2. 平行線と角度

図で，l と m は平行である．次の角アの大きさを求めよ．

（1）

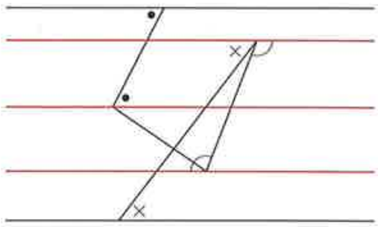


（2）



ヒント

右のような平行線の問題では，各点を通る平行線を補助線として引き，**同位角どうし，錯角どうしが等しい**ことを用いて角度を追いかけていきます．



解答

（1） 錯角が等しいことにより，

イ＝45°

A の周りの角に注目して，

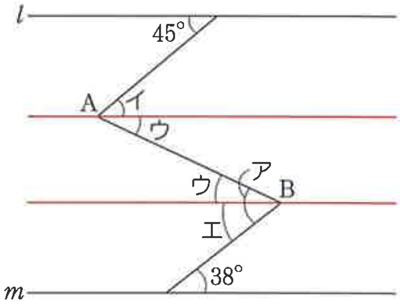
ウ＝70°－45°＝25°

錯角が等しいことにより，

エ＝38°

B の周りの角に注目して，

ア＝ウ＋エ＝25°＋38°＝**63°**



（2） 錯角が等しいことにより，

イ＝120°

A の周りの角に注目して，

ウ＝180°－イ－35°

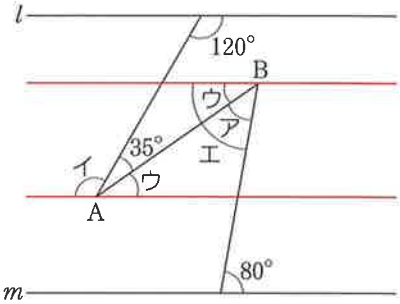
＝180°－120°－35°＝25°

錯角が等しいことにより，

エ＝80°

B の周りの角に注目して，

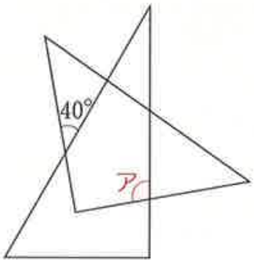
ア＝エ－ウ＝80°－25°＝**55°**



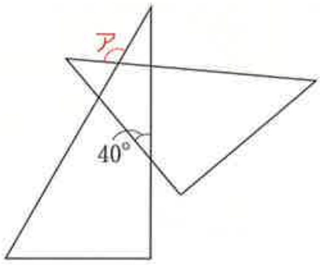
3. 角度を追いかける

三角定規を組み合わせた図形．角アの大きさを求めよ．

（1）



（2）



ヒント

角度を追いかける問題では，右のような関係を用いると，無駄な計算を省くことができます．

（i） ア＋イ＝ウ

三角形の 2 つの内角の和は，もうひとつの角の外角の大きさに等しくなります．

（ii） ア＋イ＝ウ＋エ

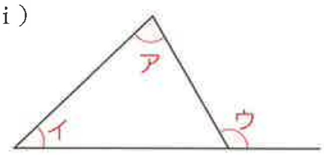
対頂角で向かい合う 2 つの三角形の他の 2 角の和は等しくなります．

（iii） ア＋イ＋ウ＝エ

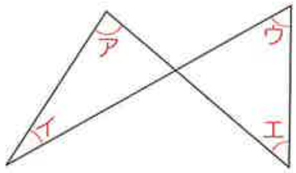
四角形の 3 つの角度の和は，360°からもうひとつの角の大きさを引いたものに等しくなります．

なお，三角定規の角度の大きさは，覚えておきましょう．

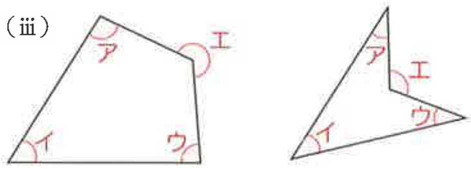
（i）



（ii）



（iii）



解答

（1） 図 1 で，（ii）を用いて，

45°＋40°＝30°＋イより，

イ＝45°＋40°－30°＝55°

（i）を用いて，

ア＝55°＋45°＝**100°**

（2） 図 2 で，（iii）を用いて，

ア＝45°＋30°＋40°＝**115°**

図 1

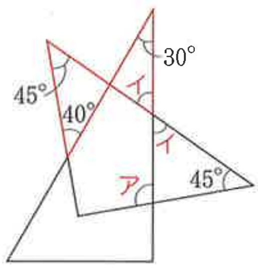
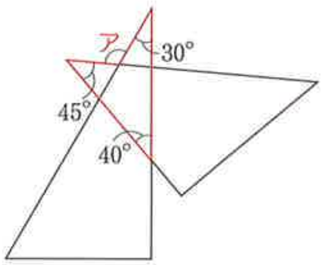


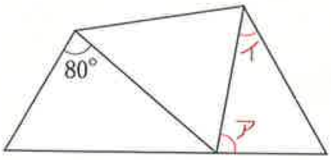
図 2



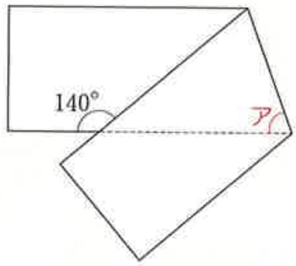
4. 折り返しと角度

角ア，角イの大きさを求めよ．

（1） 正三角形を折り返した図形



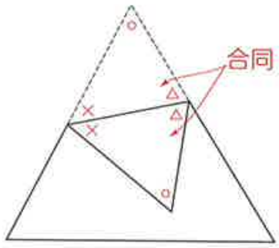
（2） 長方形を折り返した図形



ヒント

図形を折り返す問題では，折り返した部分ともとの部分が合同になることを用いましょう．対応する角は等しくなります．

特に，長方形を**折り返すと，二等辺三角形**ができることを確認しておきましょう（(2)）．



解答

（1） 正三角形の 1 つの角は 60°

アカ線の三角形の内角の和が 180° より，

ウ＝180°－60°－80°＝40°

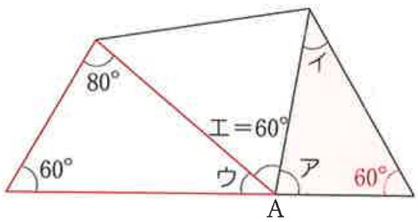
折り返した図形なので，エ＝60°

A の周りの角に注目して，

ア＝180°－40°－60°＝**80°**

アカ網（あみ）の三角形の内角の和が 180° より，

イ＝180°－60°－80°＝**40°**



注

アカ線の三角形とアカ網の三角形は相似になります．正三角形のひとつの頂点が対辺に重なるように折り返すと相似な三角形が現れます．

（2） 錯角が等しいことにより，

ア＝イ

折り返した図形なので，

イ＝ウ

したがって，

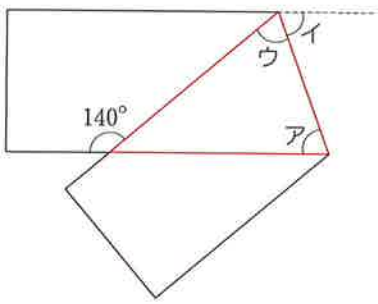
ア＝イ＝ウ

となる．アカ線の三角形で考えて，

140°＝ア＋ウ＝ア×2

なので，

ア＝140÷2＝**70°**



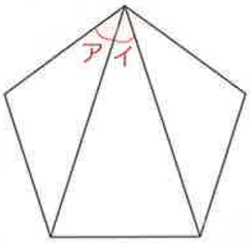
注

アカ線の三角形は，二等辺三角形になります．

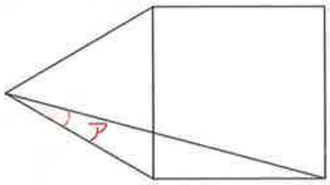
5. 正多角形

角ア，角イの大きさを求めよ．

（1） 正五角形に対角線を引いた図



（2） 正方形と正三角形を組み合わせた図



ヒント

正 n 角形の 1 つの内角を求めるには，2 通りの方法があります．

（1） 正 n 角形の内角の和 $(n-2)\times180^\circ$ を n で割る．

（2） 正 n 角形の外角の和 360° を n で割って，1 つの外角を出し，180° より引く．

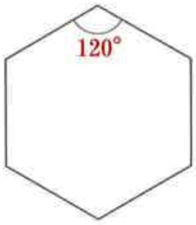
正五角形の内角は，**108°**．
正六角形の内角は，**120°**．
正八角形の内角は，**135°**．
であることは暗記しておきましょう．

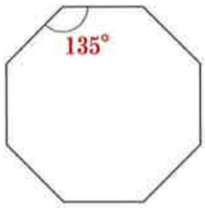
正三角形，正方形といった正 n 角形を重ね合わせた構図では，二等辺三角形に気づくことがポイントとなります．

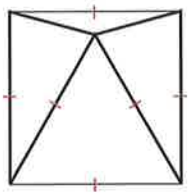
$$\frac{(5-2)\times180^\circ}{5}=108^\circ$$

または

$$180^\circ-\frac{360^\circ}{5}=108^\circ$$







解答

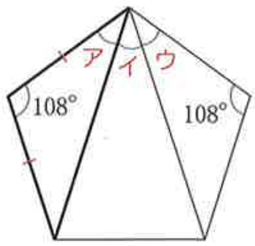
（1） 正五角形の 1 つの内角は 108°（図 1）．
太線部の三角形は二等辺三角形なので，

ア＝(180°－108°)÷2＝**36°**

ウ＝ア＝36 度より，

イ＝108°－36°×2＝**36°**

図 1



注

1 つの内角が対角線で 3 等分されています．一般に正多角形の 1 つの頂点から対角線を引くと，角が等分されます．

（2） 図 2 で，｜の印をつけた辺の長さがすべて等しい．
太線部の三角形が二等辺三角形なので，

ア＝(180°－90°－60°)÷2＝**15°**

図 2