はじめに

本書はランクアップ中学数学〈数式編①〉の続編で，取り扱っている内容は展開・因数分解から始まる２次の代数が中心です。２次の代数とは「２乗」にかかわる計算法則で，主役は x^2 です。

２次の代数は主に文部科学省の中３の範囲であり，中２までの数学とは趣がまったく異なります。連立方程式や１次関数は算数の範囲で解ける問題も多く，正負の数や文字式の助けがなくても何とかなる場合があります。しかし２次の代数はそうはいきません。直感が通じにくいので，マスターするためには，きちんとしたステップを踏んだ確実な数式処理能力が要求されます。それに加えて，整数や平方数に関する独特な感覚と，問題に応じた適切な解法を即座に選択できる能力が必要になります。いずれも，説明を眺めているだけではなかなか身につきません。ある程度の問題演習を行って，感覚を養う必要があります。

一方で２次の代数は高校受験生には必修事項であるため，中学数学のゴールのように思われがちですが，中学高校の数学全体の流れからいえば，むしろ，高校数学へのスタート地点であると考えたほうがよいでしょう。そういう観点から，本書ランクアップ中学数学〈数式編②〉は，スタート地点は中学数学に置いていますが，内容については中高の垣根なしに分野全体を把握し，スムーズに理解できるように構成しました。各章の発展問題には，学習したアイテムだけを使って解ける，興味深い問題を配置するように努めました。高校受験生はもちろんのこと，おもしろそうな数学を勉強してみようと思っている人，どうしてもこの分野の勉強が必要になった人にとって，本書が少しでも役に立つ楽しい内容になっていれば幸いです。

千葉浩一

本書の特色

基礎例題：各単元において基本事項を解説しながら基礎の完成を目指します。初めて勉強する人はもちろん，すでに学校で習った人でも間違いやすいポイントを総チェックするのに最適です。

演習問題：基礎例題に対応する形で，それぞれの類題をまとめました。基礎例題を読んだあとに対応する問題にチャレンジしましょう。試験対策としてまとめて練習するのもお勧めです。

応用例題：各単元をさらに深く学ぼうとする人にお勧めです。いわゆる応用問題とは一味違う興味深い内容をラインナップしました。それゆえ教科書の中３の内容より高度なものも含まれていますので，実力に応じて気に入った問題を選んで取り組んでみてください。解説は，基礎例題から読み進めていけば十分理解できるように配慮してありますので，あせらずに時間をかけて楽しんでください。

発展例題：自然科学のアイディアが背景となっているものや，高校で習う少し抽象的な問題を集めています。応用例題までのアイテムを駆使すれば解決可能なものばかりなので，じっくり時間をかけて考えてください。たとえ解けなくても解説を読んで理解できれば十分でしょう。

本書の使用方法

① **独学でこの問題集に取り組もうと思っている人へ**

まだ学校で習っていない単元を自力で勉強しようと思っている人は，例題の解説を読み進めてください。初めてその単元を習う人にも自然に内容が理解できるように工夫しています。基礎例題を一通り読んだあとで，もう一度解説を見ないで例題を解いてみましょう。

② **数学が好きでどんどん力をつけたい人へ**

すでに学校で習って計算に自信がある人は，応用例題から解いていくのがよいでしょう。わからなくても，すぐに答を見ずに最低 10 分位は考えるようにしましょう。数学の力をつけるコツはしっかり考えることです。解けなかった問題は，解答・解説を読んで納得した後，もう一度自力で解いてみましょう。

③ **数学に苦手意識を持っている人へ**

計算ミスをなくすためには，きちんとした式変形に従い，必要なステップを踏んで計算することが大切です。自己流の計算に固執していると，同じミスを繰り返してしまうことになります。基礎例題の計算手順のとおり式変形ができるように練習するのがよいでしょう。

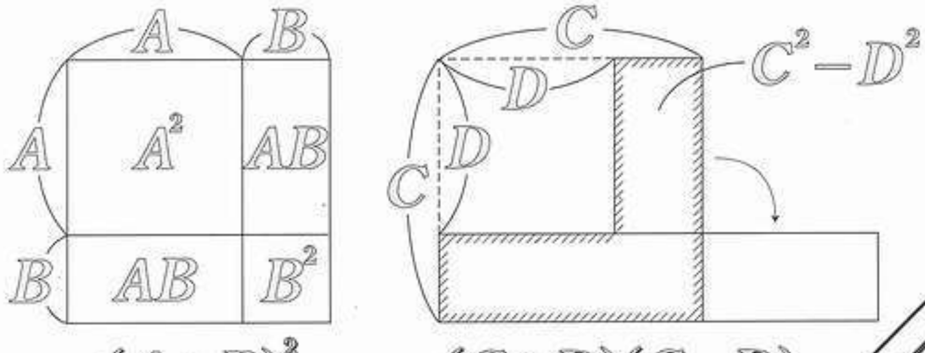
④ **学校の定期試験対策・高校受験勉強には……**

演習問題を一通り解いて，間違えたり解けなかったりした問題に対応する基礎例題の解説を読んでみるのが最短コースです。しっかり勉強したい人は，基礎例題を解き進めていくのがお勧めです。受験勉強の代数総まとめには，とりあえず第 1 章から第 5 章までを学習しましょう。

目　次

$$2x^2+10x-12$$
$$=2(x+6)(x-1)$$

第1章　展開・因数分解



$(A+B)^2$　　$(C+D)(C-D)$

2次式は2つの顔を持っているんだ。1つは展開されたカッコのない形。もう1つは因数分解された積の形。2つの顔の長所を見極め、自由自在にチェンジしていくことで、2次の代数の達人になっちゃおう。

基礎例題 1（指数法則）

次の式を簡単にせよ。

(1)　$x^4\times x^3$　　(2)　$(x^4)^3$　　(3)　$(3ab^2)^3$

解答

(1)　$x^4\times x^3=x^{4+3}=\boldsymbol{x^7}$

(2)　$(x^4)^3=x^{4\times3}=\boldsymbol{x^{12}}$

(3)　$(3ab^2)^3$

$=3^3a^3(b^2)^3$　$(b^2)^3=b^{2\times3}$ だネ

$=\boldsymbol{27a^3b^6}$

解説

次の指数法則が成り立ちます。

指数法則

1　$a^{\square}\times a^{\triangle}=a^{\square+\triangle}$　2　$(a^{\square})^{\triangle}=a^{\square\times\triangle}$　3　$(a\times b)^{\square}=a^{\square}\times b^{\square}$

(1)　x^4 と x^3 を横に並べて「かける」ので x が合計 $4+3=7$ 個になります。

$$x^4\times x^3=\underbrace{\boxed{x\times x\times x\times x}}_{4\text{個}}\underset{\text{かける}}{\times}\underbrace{\boxed{x\times x\times x}}_{3\text{個}}=x^{4+3}=x^7$$

(2)　**x^4 を3セット縦に並べる**と，x が$4\times3=12$ 個になります。

$$\begin{aligned}(x^4)^3=&\boxed{x\times x\times x\times x}\\ \times&\boxed{x\times x\times x\times x}\\ \times&\boxed{x\times x\times x\times x}=x^{4\times3}=x^{12}\end{aligned}$$

4乗が3セット

(3)　積の3乗はそれぞれを3乗してから「かける」ワケです。

$$\begin{aligned}(3ab^2)^3=&(3\times a\times b^2)\\ \times&(3\times a\times b^2)\\ \times&(3\times a\times b^2)=\boxed{3^3}\times\boxed{a^3}\times\boxed{(b^2)^3}\\ &=27a^3b^6\end{aligned}$$

基礎例題 2　(分配法則)

次の式のカッコをはずして整理せよ。

(1)　$-3ab^2c(ab-2bc+3c^2)$

(2)　$a^2(a^2-1)-a^3(a^2+2a)-a(a-a^3)$

解答

(1)　$\boxed{-3ab^2c}(ab-2bc+3c^2)$

$=-3ab^2c\times ab-3ab^2c\times(-2bc)-3ab^2c\times 3c^2$

$=\boldsymbol{-3a^2b^3c+6ab^3c^2-9ab^2c^3}$

指数法則
$a^{\square}\times a^{\triangle}=a^{\square+\triangle}$
で文字をまとめる

(2)　$a^2(a^2-1)-a^3(a^2+2a)-a(a-a^3)$

$=\cancel{a^4}-a^2-a^5-\cancel{2}a^4-a^2+\cancel{a^4}$

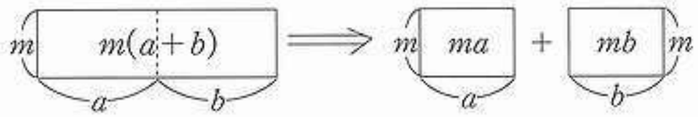
$=\boldsymbol{-2a^2-a^5}$

これ以上は
まとめられないヨ

解説

分配法則　$m(a+b)=ma+mb$

を用いてカッコをはずします。



(1)　係数どうし・同じ文字どうしでまとめましょう。

例　$(\boxed{-3}ab^2c)\times(\boxed{-2}bc)$

$=\boxed{6}\,a\,\boxed{b^2}\,c\,\boxed{b}\,c=6a\,\boxed{b^3}\,c^2$

(2)　同じ文字でも a^2 と a^5 のように指数が異なるものは**ひとつにまとめられません**。くれぐれも

$\cancel{2a^2+3a^5=5a^7}$

などとはしないように。

応用例題 16（公式を使って計算）

(1)　$2876^2-2873\times2879$ を工夫して計算せよ。
(2)　$6789^2-6788^2-6787^2+6786^2$ を工夫して計算せよ。

解説

もちろん，そのまま計算しないように！公式を上手に使って計算しましょう。

(1)　3数の差が3であることに注目しましょう。

$$\begin{array}{l} 2873 \\ 2876 \\ 2879 \end{array}\begin{array}{l} \big] -3 \\ \big] +3 \end{array}$$

ほらね

まん中の数 2876 を x とおくと

$2876^2-2873\times2879$
$=x^2-(x-3)(x+3)$
$=x^2-(x^2-9)$
$=x^2-x^2+9=9$

なので **x がどんな数でも答は 9** になります。

(2)　前2項と後2項に分けて

2乗の差は和と差の積
$\square^2-\triangle^2=(\square+\triangle)(\square-\triangle)$

を数に適用しましょう。

解答

(1)　$2876^2-2873\times2879$

$=2876^2-(\boxed{2876}-\boxed{3})(\boxed{2876}+\boxed{3})$　（和と差の積！）

$=2876^2-(\boxed{2876}^2-\boxed{3}^2)$　（2乗の差!!）

$=\cancel{2876^2}-\cancel{2876^2}+3^2=\mathbf{9}$

(2)　$6789^2-6788^2-6787^2+6786^2$

$=(6789^2-6788^2)-(6787^2-6786^2)$　後2項をマイナスでくくる

$=(6789+6788)(6789-6788)$
$\quad-(6787+6786)(6787-6786)$　差が1なのがウマイ！

$=6789+6788-6787-6786$

$=6789-6787+6788-6786$

$=2+2=\mathbf{4}$