はじめに

昨年の夏に『入門編』を出版したときから1年余りが経ちました。

お蔭様で『入門編』『応用編』ともに版を重ねたばかりか、あらたに韓国語訳が出版される話が進んでいるそうです。

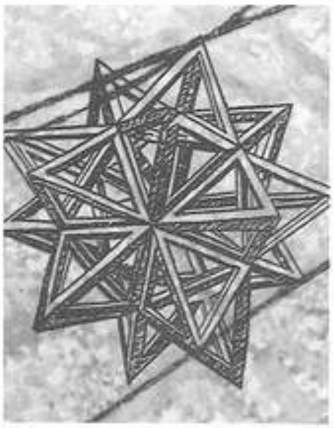
できるだけ「読み物」として楽しんでいただけるように工夫は凝らしたつもりでしたが、そうはいっても基本的には中学受験の準備を目的とした、硬くてマジメな（笑）参考書である本書が、受験生に限らず、これだけ多くの小学生やご父母の皆さんに受け入れられたことに、大きな驚きと喜びを隠せません。

ご愛読いただいた皆さんに心より御礼申し上げるとともに、まだまだ筆の至らぬ点を少しずつでも加筆・修正して、より良い本に仕上げていくことをお約束したいと思います。

さて本書『発展編』では、「比」と「相似」の導入から始まり、「速さと比」「図形の移動」「立体図形と比」「整数解を求める問題」など、中学受験の「華」ともいえるジャンルをすべて取り扱っています。

その分だけどうしても「実戦的な解法」の説明が多くなり、紙面上の制約から、読者の皆さんにご好評を頂いていた「算数マニアのコラム」を載せることができませんでした。もし「次の機会」が与えられるのであれば、さらに算数の世界に奥深く踏み込み、今回書き切れなかったコラムを満載した『秘伝の算数・超絶編』（？）を書いてみたいという密かな野望も抱いていますが、とりあえずはこの3冊で完結とさせて頂きます。

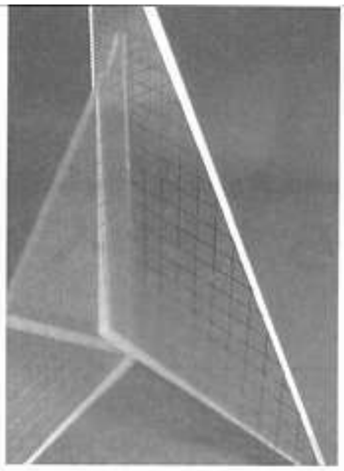
2004年8月末日　後藤卓也



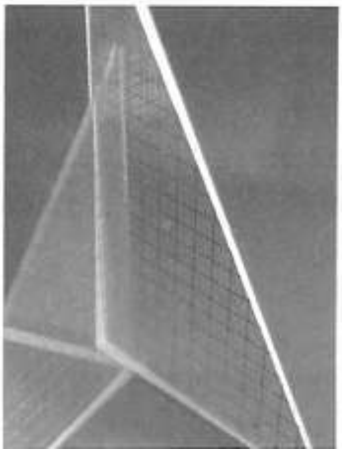
秘伝の算数

—発展編—

もくじ



第1部
数の世界



1 「割合」から「比」へ

① 比とはなにか

『応用編』では「割合」を分数や歩合や百分率で表す勉強をしたよね。ものの値段をつけるときは歩合を使うことが多く、食塩水の濃度は百分率（%）を使ったけれど、基本はすべて同じ。つまり

「比べたい量（比べられる量）」を「基準（もとになる量）」で割ったものが「割合」。たとえば

「海ガメ 250 匹のうち、ウソつき海ガメが 100 匹います。ウソつき海ガメの（海ガメ全体に対する）割合を求めなさい」

という場合、「比べたい量」は「ウソつき海ガメ」、「基準」は「海ガメ全体」なので、「割合」は

$$割合＝ウソつき海ガメ÷海ガメ全体\ \left(=\frac{ウソつき海ガメ}{海ガメ全体}\right)$$

$$= 100 \div 250 = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}$$

分数で表すと$\frac{2}{5}$、小数になおすと **0.4**。それを歩合で表すと **4 割**、百分率なら **40 %**。つまり **「表し方のちがい」** なんだね。

さてそれでは今回登場する **「比」** とは何なんだろう？

結論からいうと、実は比と割合は同じモノなの。『入門編』のコラム（17 ページ）でもうネタをバラしちゃったけど、国によっては「÷」のかわりに「：」を割り算の記号として使っている。つまり

「ウソつき海ガメ÷海ガメ全体」 を **「ウソつき海ガメ：海ガメ全体」** と書けば、これが「比」なのさ（「：」は **「対」** と読みます）。

「比を求める」場合は **「できるだけ簡単な整数の比で表す」** のが **「おやくそく」** だから（答えが分数になったときは約分して「既約分数」で答えるのが「おやくそく」であるのと同じこと）、

ウソつき海ガメ：海ガメ全体＝ 100 ： 250 ＝ 2 ： 5
（100 と 250 を最大公約数の 50 で割る）

「：」の左側が **「比べられる量」**、右側が **「基準（もとになる量）」**。このとき左側を「比の前項」、右側を「比の後項」、また前項を後項で割った答え（$2 \div 5 = \frac{2}{5}$）を「比の値」ということも一応覚えておこう。

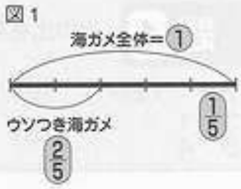
うわぁ、結局また「比べられる量」と「もとになる量」なのかよ〜、とお嘆きの皆さん！　ご心配なく。ここまでは「正しくてわかりにくい」比の考え方。では「ちょっとインチキ（？）でわかりやすい」考え方に進もうか。

②「基準」を勝手に決めてしまおう！

「割合」は２つの数量を比較（ひかく）するときに**「どちらか一方を基準（＝１）とする」**という考え方。

たとえばウソつき海ガメと海ガメ全体の数を線分図で表すと図１のようになるよね。海ガメ全体を「①」とするとウソつき海ガメは「①」を５つの山にきざんだときの２つ分、つまり「$\frac{2}{5}$」。

図１



でも大きさを比（くら）べるのに「基準を１にしなければならない」という決まりがあるわけじゃない。現に百分率（ひゃくぶんりつ）の場合は「基準」を「100（％）」にしてるでしょ？

図１の場合、きざんだときの「１山分」を基準にすれば、分数や小数を使わなくても、

「海ガメ全体を⑤（山）とするとウソつき海ガメは②（山）」

ということができる（図２）。どちらが基準だとか、「前項（ぜんこう）」と「後項（こうこう）」なんてメンドくさい区別をしなくても、

図２

「海ガメ全体：ウソつき海ガメ＝５：２」と書いてもいいのさ。

こうやって比で表しておけば、

・海ガメ全体はウソつき海ガメの$\frac{5}{2}$（2.5）倍

・ウソつき海ガメは海ガメ全体の$\frac{2}{5}$

というようにすぐに割合になおすこともできるし、ついでに

・ウソつきじゃない海ガメは③（全体の$\frac{3}{5}$）

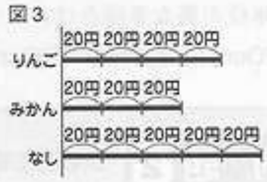
ということもわかるじゃん。

さらに、比を使うと３つ以上の数量を同時に比べることもできる。たとえばりんご１個が80円、みかん１個が60円、なし１個が100円だとすると、３つのくだものの値段の比は

りんご：みかん：なし＝80：60：100＝4：3：5

と表すことができる（線分図にすると図３のようになるよね）。

図３



80：60：100を4：3：5になおすときは**80と60と100を最大公約数の20で割っている**けど、これは**20（円）を基準（１山）とすると、りんご・みかん・なしがそれぞれ４（山）・３（山）・５（山）**になるということなんだね。

割合は基準を「1」にするのに対して、比は自分で勝手に基準を決めることができる。ということは…、『応用編』で秘伝君がぶつぶつつぶやいていたのが実は「比」の考え方だったのか。ナルホド。

さて、比を使うとどんな便利なことが起こるかを見ていく前に、まず割合を比になおしたり、比を簡単な整数の比になおす練習をしておこう。

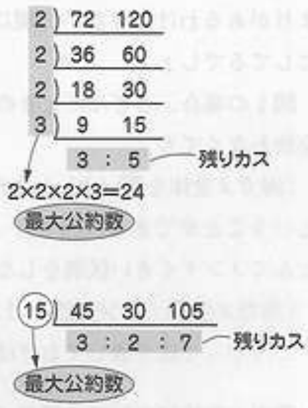
3 比を簡単にしてみよう

例題1 次の比をもっとも簡単な整数の比になおしなさい。

(1) 72 : 120　(2) 45 : 30 : 105　(3) 0.17 : 0.3
(4) $\frac{3}{5}:\frac{1}{4}$　(5) 120cm : 3.2 m

分数を約分するときは分子と分母を同じ数で割っても大きさがかわらないという性質を利用したけれど、比の場合もそれぞれの項を同じ数で割っても比はかわらない。最終的には最大公約数で割った答えになるんだけど、図4のように連除法で最大公約数を求めたときに最後に残った「残りカス」が「もっとも簡単な整数の比」だから、要するに「互いに素」になるまで共通の約数でどんどん割っていけばいいのサ。

図4



(1) 72 : 120 = 3 : 5
(2) 45 : 30 : 105 = 3 : 2 : 7

逆に同じ数をかけても比はかわらないので、小数の比をできるだけ簡単な整数の比になおすときは

(3) 0.17 : 0.3 = (0.17 × 100) : (0.3 × 100) = 17 : 30。

(4) 分数はまず通分して、$\frac{3}{5}:\frac{1}{4}=\frac{12}{20}:\frac{5}{20}$ = 12 : 5。いきなり分母の最小公倍数をかけて$\frac{3}{5}:\frac{1}{4}=(\frac{3}{5}\times 20):(\frac{1}{4}\times 20)$ = 12 : 5

でもＯＫ。

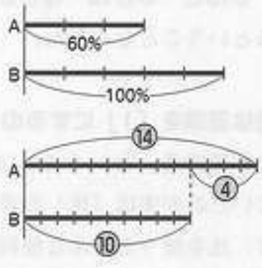
(5) 単位が異なる場合は、まず単位をそろえてから簡単にすること。
120cm : 3.2 m = 120cm : 320cm = 3 : 8。

例題2 次の□にあてはまる数を答えなさい。

(1) AがBの60％であるときA : B = □ : □になります。
(2) AがBの4割増であるときA : B = □ : □になります。

(1)「基準」はBだから、A : B = 60％ : 100％ = 3 : 5。

(2) やはり「基準」はB。4割は$\frac{4}{10}$だから、Bを⑩としたときにAはBより④だけ多いので、A : B = 14 : 10 = 7 : 5。



こうして小数・分数や歩合・百分率を整数の比になおすと、割合の問題を整数の計算だけですいすい解いていくことができるわけだ。これがいかにスゴいことかは、第3部第1章でたっぷり体験できるからねっ。

④ 比例配分って何なの？

例題3　次の□にあてはまる数を求めなさい。

(1) A：B：C＝4：3：6で、Bが24のとき、AとCの差は□になります。

(2) □個のりんごを啓子と明子と舎子の3人で7：5：3になるように分けたら、啓子の分は21個になりました。

(3) 6000円のお金を長男・次男・三男の3人で5：4：3になるように分けると、長男の分は□円になります。

(4) KM中学の1年生と2年生と3年生の生徒数の比は17：19：16で、全校の生徒数は450人以上500人以下です。このとき1年生の生徒数は□人です。

(1) AはBの$\frac{4}{3}$だから$A=24\times\frac{4}{3}=32$。同じく$C=24\times\frac{6}{3}=48$だから、AとCの差は$48-32=16$。

これはこれで大切な解き方だけどもっと「比」らしく解いてみよう。A、B、Cがそれぞれ④、③、⑥で③＝24だから①＝8。AとCの差は②だから8×2＝16。

線分図の「1山」を「①」としているだけだから、慣れるまでは線分図を書いて考えるといいぞ。

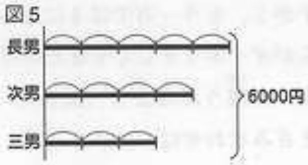
(2) ⑦＝21個だから①＝3個。3人の合計は⑦＋⑤＋③＝⑮だから、求める個数は3×15＝45個。

(3) いちおう線分図も書いておこうか（図5）。そうすると6000円が5＋4＋3＝12山なので、長男の分は6000÷12×5＝2500円。

⑫＝6000円→①＝6000÷12＝500円→500×5＝2500円でもまったく同じこと。これを分数の形でまとめて書くと長男の分は

$6000\times\frac{5}{5+4+3}=2500$円となる。このように「比にしたがって分ける」ことを「比例配分」という。「①を求める」解き方だけでなく「全体で12だから長男は全体の$\frac{5}{12}$、次男は$\frac{4}{12}$、三男は$\frac{3}{12}$」という比例配分の考え方もしっかり身につけておこうね。

図5



(4) 生徒数が17：19：16ということは、同じ人数ずついくつかの班に分けると17班と19班と16班できるってことだね。そうすると、全部で17＋19＋16＝52の班ができるけど、1班あたりの人数はもちろん整数だから、全校の生徒数は52の倍数とわかるのだ（1年生の人数は17の倍数、2年生は19の倍数、3年生は16の倍数ということもわかるよね？）。

450～500の間にある52の倍数は52×9＝468だけなので、1班の人数は9人。1年生の人数は17×9＝153人。