はじめに

『入門編』を世に問うてからちょうど半年。

こんなにも早く続編を出版できたのは、ひとえに『入門編』をご購入いただき、「読者アンケート」やメールを通して忌憚ないご意見や暖かい励ましのお言葉を送ってくださった読者の皆さん、そして「なんで正方形やカメがしゃべるの～？」とか文句をいいながら、このテキストを使って勉強してくれた大勢の教え子たちのお蔭です。彼（女）たちがこれから中学入試までの2年間でどんなふうに成長していくのかはまだ「期待半分・不安半分」といったところですが、少なくともこのテキストが「算数アレルギー」の生徒を一人でも減らし「算数マニア」の卵を一人でも多く育てる一助にはなったのではないかと、密かに自負している次第です。

さて本編は『入門編』の「ノリの良さ」（って自分で言うのも照れくさいのですが）をできるだけ残しながら、実は中学受験の必須分野のうち「比」と「相似」をのぞくほとんどすべての学習内容を網羅した、かなり濃密な内容になっています。目次をご覧頂ければわかるように、小学生が一番つまずきやすい「分数の乗除」「整数の分解」「場合の数」「立体」「割合」「速さ」など、『入門編』に比べて格段に「抽象度」の高い分野が目白押し。でもここを乗り越えれば目の前にめくるめく「算数という世界」が開けるはずだと信じて、拙い筆を駆使したつもりです。焦らず、じっくりと、1章ずつ読んでみてください。

まだまだ至らぬ点も多々あるかと思いますが、これまで以上に暖かいご声援とご意見を賜りますよう、お願い申し上げて、刊行のご挨拶とかえさせて頂きます。

2004年1月末日　後藤卓也

秘伝の算数
―応用編―

もくじ

第1部　数の世界 …… 5
1 小数の計算 …… 6
2 数を分解してみよう …… 10
3 分数のかけ算・割り算 …… 14
4 約数と公約数 …… 18
5 素因数分解って何だろう？ …… 22
6 整数と周期性 …… 26
7 素因数分解の応用 …… 30
8 場合の数の「公式」 …… 34
9「場合わけ」の技法 …… 38

第2部　図形の世界 …… 43
1 多角形と角度 …… 44
2 直線図形の面積 …… 50
3 タイルで遊ぼう（平面図形のパズル） …… 56
4 円周率のおハナシ …… 62
5 いろいろな図形の面積を求める …… 68
6 円柱と円すい …… 72
7 サイコロで遊ぼう …… 78
8「水」に関する諸問題 …… 82

第3部　文章題のとき方 …… 89
1 平均と面積図 …… 90
2 表や図を使って解く …… 94
3 差を集めて解く～応用篇 …… 100
4 後ろからさかのぼって解く …… 104
5 基準をそろえてとく …… 110
6 歩合と百分率 …… 114
7 モノに値段をつけてみよう！ …… 118
8 売買の応用問題 …… 124
9 濃度に関する問題 …… 128
10「速さ」に関する問題 …… 136
11 情景図をかいて解く …… 142
12 進行グラフを使って解く …… 148
13 速さのいろいろな文章題 …… 154

第1部
数の世界

1	小数の計算	6
2	数を分解してみよう	10
3	分数のかけ算・割り算	14
4	約数と公約数	18
5	素因数分解って何だろう？	22
6	整数と周期性	26
7	素因数分解の応用	30
8	場合の数の「公式」	34
9	「場合わけ」の技法	38

1 小数の計算

① 小数×小数

いよいよ小数同士の計算です。小数×整数、整数×小数や小数÷整数では、筆算にしたときの小数点の位置をそのまま下ろしたり、上げたりしましたね。では小数×小数の場合はどうするのでしょうか？　やはり小数の成り立ちに注目することになります。

例題 1 次の計算をしなさい。

(1)　0.6×0.4　　　(2)　2.18×3.5

(1) まずこれをたて 0.6cm・よこ 0.4cm の長方形の面積を求める式と考えてみましょう。すると「0.1 × 0.1」の正方形が 6 × 4 = 24 個分とわかります（図 1）。

「0.1 × 0.1」の正方形は 1 × 1 の正方形を 100 個に分けたものですから、1 つ分の面積は 0.01（100 分の 1）。したがって 0.6 × 0.4 の答えは 0.01 が 24 個分で 0.24 ということになります。

でも毎回こんな図を書いていたのではタイヘンですから、こんなふうに考えてみましょう。0.6 を 10 倍すると 6、0.4 を 10 倍すると 4。6 × 4 = 24 ですが、この答えは実際には 10 × 10 = 100 倍の大きさなので、「24」を 100 分の 1 の大きさにもどす。つまり小数点を 2 つ左にずらして「0.24」となります（図 2）。

図 1

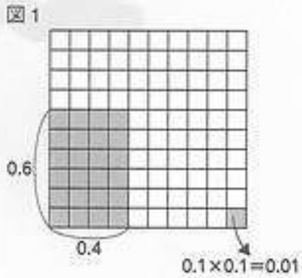


図 2

0.6	×	0.4	=	0.24
↓右に1つ		↓右に1つ		↑左に2つ
6	×	4	=	24

(2) 今度は筆算で行ってみましょう。まずは 218 × 35 の計算をします。

2.18	100倍（右に2つ移動）→	218
× 3.5	10 倍（右に1つ移動）→	× 35
1090		1090
654		654
7630	1000倍（2+1=3つ移動）	7630
7.630	←1000分の1（左に3つもどす）	

しかしこれは 2.18 を 100 倍、3.5 を 10 倍した数で計算したのですから、答えが 100 × 10 = 1000 倍になっています。したがって 1000 分の 1 の大きさにもどすために小数点を左に 3 つずらして、答えは 7.630。でも、一番小さい位にある「0」は書く必要がないので、正解は 7.63 となります。

「小数点を右に 1 つずらすと 10 倍、左に 1 つずらすと $\frac{1}{10}$ 倍」ということがわかっていれば、サクサクと計算できるでしょう。

メモ

【小数×小数のルール】

① まず小数点を無視して整数のかけ算をする

② かけあわせる数のそれぞれについて、小数点の右に何個数字があるか数えて合計する
(1)なら 1＋1＝2、
(2)なら 2＋1＝3

③ ①の答えに、②で求めた個数分だけ左に進んだところに小数点を打つ

②「÷小数」の計算

小数どうしのかけ算は小数を整数にして考えればいいんだな、ということがわかれば、割り算も同じ。割る数を整数にすればいいのです。

例題2 次の計算をしなさい。

(1) 12÷0.3　　(2) 32÷0.25　　(3) 13.76÷4.3

(1) 12÷3なら、ごくフツーに12÷3＝4と計算できます。これは12は「1」が12個、3も「1」が3個。つまりどちらも同じ「1」の集まりだから、そのまま「分ける」（割る）ことができたわけです。

0.3は0.1が3個集まった数なので、割られる数の12も「0.1が何個集まった数なのか」と考えましょう。0.1が10個集まると1ですから、12は0.1を10×12＝120個集めた数ですね。だから

$12 \div 0.3 = \underbrace{120}_{0.1が120個} \div \underbrace{3}_{0.1が3個} = 40$ というように計算できるのです。

(2) 今度は筆算でやってみましょう。0.25は0.01が25個集まった数だから、32も粉々に砕いて「0.01」という小さなカケラにしてしまいます。「小さなカケラ」が何個できるか、わかりますか？

(3) 割られる数が小数であっても、計算の仕方は同じです。「4.3」は小数第1位までの数（0.1が43個）なので、割る数と割られる数を両方とも10倍しましょう。ただし(3)は13.76を10倍しても整数にはならないので「答え（商）の小数点の位置は、移したあとの小数点をそのまま上げる」ということだけ、注意してください。

(2)
```
0.25 ) 32
×100   ×100
     ↓
       128
 25 ) 3200
      25
      ──
       70
       50
      ───
       200
       200
      ───
         0
```
答．128

(3)
```
4.3 ) 13.76
×10     ×10
      ↓
        3.2
 43 ) 137.6
      129
      ───
        86
        86
      ───
         0
```
そのまま上にあげる

答．3.2

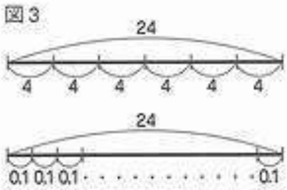
算数マニアのコラム 1　割り算の2つの意味

例題2のように、割る数が1より小さい小数のとき、商（答え）は割られる数よりも大きくなります。「割る」＝「分配する」と考えると、「なんで分けたのに大きくなるんだよぉ」という人生の悩み（?）に直面することになりますね。

実は割り算には「等分除」と「包含除」という2つの意味があるのです。

例えば「24個のりんごを4人で分けると1人何個かな?」という問題を「等分除」、「24個のりんごを4個ずつに分けると何人分かな?」を「包含除」といいます。

図3



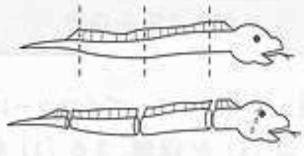
24÷0.1=24×10=240

「包含除」は「24のなかに4がいくつ含まれているかな」という意味ですから、もし「24のなかに0.1がいくつ含まれているか」なら、答えが24より大きくなっても何の不思議もありません。もし「人生の悩み」に直面している子がいたら、図3のような線分図を書いてあげると晴れやかな気持ち（?）になれるでしょう。

③「あまり」の小数点はどこにつけるの？

例題3 27.53m の巨大な海ヘビを一人 3.37m ずつに切り分けていくと、何人分とれて、あとに何 m 残るでしょうか？

どうして「3.37m」なんていう半端な分け方をするのかって？ いや、ちょうど小数の計算の回だし、3.37m くらいなら身体にまきつけて運ぶのに便利かなぁって…。「気持ち悪〜い。海ヘビなんかいらないモン」という人は勝手にニシキヘビか大ミミズに置き換えて計算してくださいね。



要するに、「27.53 ÷ 3.37」という割り算を、商を整数の範囲（何人分か？）で求めて、あまりも出せということなんでしょ？

割る数が小数第 2 位まであるから、単位を 0.01 にしましょ。つまり

```
                                   8
3.37 ) 2 7 . 5 3  ⇒  337 ) 2 7 5 3
 ×100      ×100              2 6 9 6
                                 5 7
```

だから、答えは「8 人分とれて、あまり 57m」…ん？ もとの海ヘビより「あまり」のほうが長い？ 切っているうちに伸びた…ってそんなバカな。

実は「2753 ÷ 337」という計算は単位を m から cm に直して計算した、と考えることもできるんですね。だから「8 あまり 57」の「57」の単位も cm。ということは m で答えると「8 あまり 0.57m」ということなのです。

図 4

```
              8
3.37 ) 2 7 . 5 3
       2 6   9 6
         0 . 5 7
```

元の小数点を下に下ろす

なるほど。つまり「あまり」の小数点ははじめの小数点の位置をそのまま下げればいいのです（図 4）。これでまたひとつ賢くなった、かな？

例題4 24.53 ÷ 6.7 の計算をしなさい。ただし商は小数第 1 位まで求めて、あまりをだしなさい。

「商の小数点は新しい位置、あまりの小数点はもとの位置」

が「÷小数」の計算の鉄則です。はじめのうちはマスのついたノートを使い、「けた」がずれないように気をつけて練習しましょう。

```
                            新しい小数点
                         3 . 6
6.7 ) 24.5 3  ⇒  67 ) 2 4 5 . 3
 ×10    ×10            2 0 1
                         4 4 3
                         4 0 2
                       0 . 4 1     答. 3.6 あまり 0.41
                      元の小数点
```

④ 割り算の答えを「およその数」で求める ――

「÷小数」の鉄則はしっかり覚えましたか？　これはこれでとっても大切なお勉強なのですが、実際に「小数で割って商を小数で求めて、ついでにあまりも出してネ」という計算をすることはめったにありません。

ためしに例題4の計算をする文章題を作ってみてごらん？　ちょっと思いつかないでしょう？　（面白い問題を作った人は著者あてにお手紙かメールをください。優秀作品にはワタシのプリクラを…やっぱりいらないですか？）

じゃあ割り切れないときはどうするかというと、ふつうは商を四捨五入して「およその数」で求めることが多いのです。

ということで、せっかくですからここで「およその数」の復習をしておくことにしましょう。

例題5　24.53 ÷ 6.7 の答えを、次の（1）（2）の方法で求めなさい。

（1）四捨五入で小数第1位まで　（2）切り捨てで小数第2位まで

まず途中まで筆算を進めてみましょう。

```
                          新しい小数点
                      3 . 6 6
6.7 ) 24.53  ⇒  67 ) 2 4 5 . 3
                     2 0 1
                     ---------
                       4 4  3
                       4 0  2
                     ---------
                         4  1 0
                         4  0 2
                     ---------
                              8
```

(1)「四捨五入で小数第1位まで」ということは、指示された位よりももう一つ下（小数第2位）を見て、切り上げるか切り捨てるかを決めなければなりません。この場合、小数第2位は「6」なので、「4以下は切り捨て　5以上は切り上げ」という厳しい掟（？）にしたがって、「3.66」→「3.7」とします。

(2)「切り捨て」や「切り上げ」の場合は、もうその下の位が1だろうと9だろうと自動的に「捨てる」（もしくは「上げる」）のですから、上の筆算でもう答えはでています。当然「3.66」ですね。

もし「切り上げで小数第2位まで」ならば「3.67」になります。