はじめに

～この本を買っていただいた小学生のご両親の方々へ

新聞報道などですでにご存じかも知れませんが、2002 年から導入された「新学習指導要領」では、「ホントにこれだけで大丈夫なの？」と不安になるほど、質・量ともに学習内容が「軽減」されています。学校の教科書なんて、私たちが子どものころに比べて、悲しくなるくらいに薄っぺらなものに変貌してしまいました。この本は、受験生であれば 4 年生の時点で、公立中学に進学するつもりの小学生であっても 5 年生くらいまでには理解しておくべきだし、また理解できるはずの内容にしぼって執筆したつもりなのですが、それでも「新学習指導要領」と照らし合わせてみると、小学 6 年でも習わないことになっている事項がたくさんでてきます（たとえば「円すいと角すい」など）。

本書にはたしかにむずかしい単元もいくつか含まれています。でも書かれていることをすべて完璧にマスターしろと言っているわけではありません。「こんな世界もあるんだ～。算数ってムズカしいけど、けっこう面白いんだなぁ」と感じてくれれば十分だし、中学生や高校生になってから「もう少しこの世界を探検してみよう！」という思いを抱いてくれたり、この本の読者である小学生が「一児の父（または母）」になったときに、「算数って、こんなに楽しいんだよ」と我が子に語ってあげられるようになったり、ひょっとして遠い将来、この本の読者のなかから世界的な数学者が誕生する、その一つのきっかけ（ないし思い出）として役立ってくれるのであれば、著者としてはもう思い残すことはありません。

私の大好きな夏川りみさんの「道しるべ」という曲のなかに、

「好きな海は　広く　青く　深く　尊い」

という一節があります。「青い」かどうかは「？」だけど、私の好きな「算数という海」も「広く　深く　尊い」と信じています。いっしょにこの海を航海してくれる素敵なクルーに、一人でも多くめぐりあえることを祈念して、本書を世に問うことにします。

後藤卓也

秘伝の算数

—入門編—

もくじ

第1部
数の世界

1 整数の成り立ち

みなさんは「3427」という数字をどうやって読みますか？

「さん・よん・にぃ・なな」？　キミ、電話番号じゃないんだからさあ（笑）。

「さんぜん・よんひゃく・にじゅう・なな」とちゃんと読めましたか？　もし読めたなら、みなさんはもうこの章は読む必要（ひつよう）がありません。だってちゃんと「十進法（じゅっしんほう）」と「位取り（くらいど）記数法（きすうほう）」がわかっているんですから。

ためしにもっと大きな数を読んでみましょうか？

「12888169」　（2003 年 2 月 5 日現在の東京都の人口）

「6431771730」（2003 年 12 月 9 日現在の世界の人口）

ちょっとむずかしかったかな？　でもこの章を勉強すれば、もっと大きな数だってかんたんに読めるようになるはずですよ。

① 十進法（じゅっしんほう）と位取り（くらいど）記数法（きすうほう）

例題 1　□ が 10 個集まると △、△ が 10 個集まると ●、● が 10 個集まると ▲ になる、という約束（やくそく）にします。

(1) □が 7035 個あります。これを □、△、●、▲ を使ってあらわしなさい。

(2) ▲▲▲●△△△△△□□□□□□□ は □ が何個あることをあらわしていますか。

□ が一円玉だとすると △ は十円玉、△ 10 個で ● になるのだから ● は百円玉、● 10 個で ▲ だから ▲ は千円札と、お金におきかえて考えればわかりやすいでしょう。

(1) 7035 円は千円札 7 枚と十円玉 3 個と一円玉 5 個ですね。よって ▲ 7 個と △ 3 個と □ 5 個であらわせばよいことになります。

答　▲▲▲▲▲▲▲△△△□□□□□

(2) もうわかりますね。千円札（▲）3 枚と百円玉（●）1 個と十円玉（△）5 個と一円玉（□）7 個ですから、3157 個です。

このように**「10 個集まると別のものとおきかえる」数の表し方を「十進法（じゅっしんほう）」といいます。**

いまはほとんどの数量が十進法（じゅっしんほう）で表されていますが、昔は六十進法や二十進法も用いられていました。今でも、例えばフランス語の数字の数え方には二十進法の名残（なご）りがあります。

フランス語の「98」は　quatre-vingt-dix-huit というのですが、これは「4 － 20 － 10 － 8」という意味です。

つまり 98 を「4 × 20 ＋ 10 ＋ 8」と表現するんですね。「えーっ、面倒くさい～！」と思うでしょ？　日本語の場合はただ左から「数字・位・数字・位……」と続けて読むだけだから、カンタンですねぇ。

では最初に出した課題の大きな数を読んでみましょう。

日本語の数字の読み方は「1万」を一つのくくりにしています。「1万」が1万個集まると「1億」、「1億」が1万個集まると「1兆」です。

こうした大きな数を読むときは、1の位から4つごとに「仕切り」を入れていきます。「1288 ｜ 8169」とか「64 ｜ 3177 ｜ 1730」というように。

「1288」は「1万」が1288個集まっていることを、「64」は「1億」が64個、「3177」はやはり「1万」が3177個集まっていることを意味しています。

ですからそれぞれの「仕切り」のなかの4けたの数字はいままでと同じように「せん・にひゃく・はちじゅう・はち」と読んで、その次の仕切りのところに「万」を入れればよいのです。右から2つめの仕切りは「億」ですね。では声に出して読んでみましょう。「せん・にひゃく・はちじゅう・はち」**「まん」**「はっせん・ひゃく・ろくじゅう・きゅう」（千二百八十八万八千百六十九）

ちゃんと読めましたか？

次は「ろくじゅう・よん」**「おく」**「さんぜん・ひゃく・ななじゅう・なな」**「まん」**「せん・ななひゃく・さんじゅう」（六十四億三千百七十七万千七百三十）ですね。

つまり「右から何番目に書かれているか」で、同じ「8」でも「8000」を意味したり「80億」を意味したりするわけです。このように数字の書いてある位置で数の大きさを表す方法を「位取り記数法」といいます。

6	4	3	1	7	7	1	7	3	0
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
十億の位	一億の位	千万の位	百万の位	十万の位	一万の位	千の位	百の位	十の位	一の位

ということですね。1つ左にいくと10倍ですから、十万の位の7は一万の位の7の10倍、百万の位の1は千の位の1の1000倍（10 × 10 × 10倍）の大きさを表しています。

メモ

ちなみにその先も「京」「垓」「秭」「穣」「溝」「澗」「正」「載」「極」「恒河沙」「阿僧祇」「那由多」「不可思議」「無量大数」と続きます。「1無量大数」というのは1のあとに0が68個続く数ですから、いったいどのくらいの大きさになるのか、もう「不可思議」の世界ですね。

同じ十進法を使っていながら「位取り記数法」を使っていない数の表し方もあるのです。わたしたちが使っている数字は「アラビア数字」といいますが、時計の文字盤などにはときどき「ローマ数字」が使われています。ローマ数字は1とか5とか10をそれぞれ次のようにアルファベット1文字で表します。

Ⅰ＝1　V＝5　X＝10　L＝50　C＝100　D＝500　M＝1000

2ならばⅠ（1）をふたつ並べてⅡ、3はⅢ、20はＸＸです。ところがⅠを4つも並べると見にくいので、4はV（5）の左にⅠを並べてⅣと表します（5－1ということです）。同じく9はX（10）の左にⅠを並べてⅨ（10－1）。「3419」は「MMMCDXⅠX」（1000＋1000＋1000－100＋500＋10－1＋10）となります。なんだかパズルを解いているみたいですが、これが「位取り記数法」でないことはわかりますね。

例題2　**140352という数について、次の問いに答えなさい。**

(1) この数のなかの「4」は何が4個あることを表していますか。

(2) この数のなかの「0」は何がないことを表していますか。

右から順に一の位、十の位、……ですよ。つまり

1	4	0	3	5	2
↑	↑	↑	↑	↑	↑
十万の位	一万の位	千の位	百の位	十の位	一の位

でしたね。したがって(1)の答えは「一万」、(2)の答えは「千」です。

この数は次のように表すこともできます。

$$140352 = 100000 \times 1 + 10000 \times 4 + 1000 \times 0 + 100 \times 3 + 10 \times 5 + 1 \times 2$$

（1000×0は書いても書かなくてもかまいません）

140352円を払うときは一万円14枚、百円玉3枚、十円玉5枚、一円玉2枚ですが（五十円玉のことはちょっと忘れてください）、百円玉がなければ十円玉35枚でもかまいませんよね（お店の人がいやがる？　それより財布が重くて大変か……）。つまり

$140352 = 10000 \times 14 + 100 \times 3 + 10 \times 5 + 1 \times 2$　とも

$140352 = 10000 \times 14 + 10 \times 35 + 1 \times 2$　とも

表すことができるのです。

②カードならべと数の大小

例題3　0・2・5・6・7・9の6つの数字を書いたカードがあります。このなかから5枚選んで5けたの整数を作ります。このとき、

(1)一番大きい数と二番目に大きい数を答えなさい。

(2)一番小さい数と三番目に小さい数を答えなさい。

(3)60000に一番近い数を答えなさい。

0　2　5　6　7　9

(1)　一番大きい数を作るには、左から順に大きい数を並べていけばよいのです。つまり、

9　7　6　5　2　　0（使わない）

ですね。二番目に大きい数を作るには、数字を入れかえてもあまり大きさが変化しない一の位を、使わなかった0とおきかえます。

9　7　6　5　0　　2（使わない）

したがって一番大きい数は97652、二番目は97650です。

(2)　今度は逆に、左から順に小さい数を並べていきます。すると

0　2　5　6　7

となってしまい、これは「5けたの整数」とはいえません。

そこで0の次に小さい「2」を左はしにおきます。あとは小さい順に並べるだけなので、

2　0　5　6　7　　9（使わない）

二番目に小さい数はさっきと同じで、使わなかった「9」を一の位の7とおきかえましょう。すると、

2 0 5 6 9　　7
使わない

では「三番目に小さい数」はどうやって作ればいいのでしょう？

もうあまっているカードはありません。もう一の位の入れかえはできませんから、今度は十の位をいれかえてしまいましょう。

百の位までは2・0・5のまま。すると残っている数字は「6・7・9」の3つですね。さっきまでの十の位の「6」を「7」といれかえます。一の位は残ったうちの小さい方、つまり6。すると

2 0 5 7 6　　9
使わない

つまり、一番小さい数は20567、三番目は20576です。

(3)「一番近い」という場合、60000より小さい数と60000より大きい数を両方作って、どちらが近いかを調べる必要（ひつよう）があります。60000より小さくてできるだけ60000に近いのだから一万の位は5。千の位より下をできるだけ大きくすると「59762」ができます。

逆に60000より大きい方は一万の位を6にして、千の位より下をできるだけ小さくすると「60257」になります。どちらが近いかは計算して求めましょう。

60000－59762＝238　60257－60000＝257

差が小さいほうが60000に近い。つまり答えは59762です。

答(1)97652・97650　(2)20567・20576　(3)59762

カードならべ問題のコツは、「できるだけ下の位（右の方）からとりかえていく」ということです。(1)で一番大きい「97652」を少しずつ小さくしていくとき、一万の位の9や千の位の7をとりかえてしまうと、いきなり「何万」「何千」も小さくなります。

だからまず一の位をとりかえて、それが終わったら次に十の位をとりかえるのです。

大きい順に
いくつか書き出してみると、

使わない
9 7 6 5 2　0
↓一の位を換える
9 7 6 5 0　2
↓十の位を換える
9 7 6 2 5　0
↓一の位を換える
9 7 6 2 0　5
↓十の位を換える
9 7 6 0 5　2
↓一の位を換える
9 7 6 0 2　5
↓百の位を換える
9 7 5 6 2　0

「小さい順」も自分で10番目くらいまで書き出してみると、いい練習（れんしゅう）になるでしょうね。