はじめに

私が片田舎の小学校から都心にある一貫校の中学に入学したのは今からほぼ四半世紀前の昭和53年のことでした。当時は地元の中学に行かずに中学受験をする児童はごく少数で，入学してからもずいぶんと変わったところに来たなあと思ったものでした。しかし現在では中高一貫校は，首都圏だけではなくあらゆる地方に点在しており，教育改革の名のもとに公立中高でも設立の動きが始まっています。

しかし一方で，その教材やカリキュラムについては，各学校に任されているのが実状です。学校によっては，独自カリキュラムを基に，専用の問題集を作成しているところもありますが，中学生用の教科書や問題集を転用することが多いようです。これは25年前とあまり変わりがなく，実際６年一貫用の教科書や市販の問題集はあまり出回っていないように思います。

たまたま筆者は，中高一貫校生を対象にした学習塾にお世話になり，10年近く数学を教える機会に恵まれました。その中で，中高一貫校生が無理なく合理的にこなせるような独自のカリキュラムを編成し，テストやテキストを作成する際には単に受験問題の寄せ集めではなくその学齢の生徒が興味を持って学べるような題材をできる限り用いた教材になるように工夫を凝らしてまいりました。その結果，独自のシステムが出来上がったのですが，それに付随する教材，特に自宅学習用の問題集などが市販されてないため，カリキュラムに合った問題集作成の要望を多くいただくようになりました。そこで今回拙塾のカリキュラムを下地にしつつ，学年の枠にとらわれず自由に学習できるような問題集を作成しようということで完成したのが今回の《ランクアップ中学数学(数式編1)》です。問題のセレクトには特に注意を払いましたので，中高一貫校の方のみならず高校受験を目指している皆さんにも楽しんでいただけるよう

配慮いたしました。この問題集が数学を楽しく学びたい生徒諸君や一貫校教育に関わる方々に対して僅かながらでも手助けになれば幸いに存じます。

千葉浩一

本書の特色

基礎例題：各単元において基本事項を解説しながら基礎力の完成を目指します。初めて勉強する人はもちろん，すでに学校で習った人でも間違いやすいポイントなどを総チェックするのに最適です。

演習問題：基礎例題に対応する形でそれぞれの類題をまとめました。基礎例題を読んだあとに対応する問題にチャレンジしてみましょう。学校の定期試験対策としてまとめて練習するのもお勧めです。

応用例題：各単元をさらに深く学ぼうとする方にお勧めです。いわゆる応用問題とは一味違う興味深い内容をラインアップしました。それゆえ教科書の中１中２の内容より高度なものも含まれていますので実力に応じて気に入った問題を選んで取り組んでみてください。解説については，基礎例題から読み進めていけば，十分理解できるように配慮してありますので，あせらずに，時間をかけて楽しんでください。

発展例題：大学レベルの自然科学のアイディアが背景となっているものや高校で習う少し抽象的な問題を集めています。中学生の現時点でのアイテムを駆使して解決可能なものばかりなのでじっくり時間をかけて考えてください。たとえ解けなくても解説を読んで理解できれば十分でしょう。

本書の使用方法

①　中学校に入学したばかりの方

中学校の勉強が初めての方，まだ学校で習っていない単元を自力で勉強しようと思っている方は基礎例題の解説を読み進めてください。初めてその単元を習う人にも自然に内容が理解できるように工夫しました。基礎例題を一通り読んだあとでもう一度解説を見ないで例題を解いてみましょう。

②　数学が好きでどんどん力をつけたい方

すでに学校で習って計算には自信のある方は応用例題から解いていくのがよいでしょう。わからなくてもすぐに答えを見ずに最低10分位は考えるようにしましょう。数学の力をつけるコツはしっかり考えることです。解けなかった問題は，解説・解答を読んで納得した後，もう一度自力で解いてみましょう。

③　数学に苦手意識を持っている方

計算ミスをなくすためには，きちんとした式変形に従い，必要なステップを踏んで計算することが大切です。自己流の計算に固執していると，同じミスを繰り返してしまうこともあります。基礎例題の計算手順のとおり式変形ができるように練習するといいでしょう。

④　学校の定期試験対策には…

演習問題を一通り解いて，間違えたり解けなかったりした問題に対応する基礎例題の解説を読んでみるのが最短コースです。しっかり勉強したい方は基礎例題を解き進めていくのがお勧めです。

目　次

第1章　正負の数

$(-3)^2$

今までの数に−(マイナス)の符号がついただけ？
いえいえ，負の数の世界は今までの世界とさかさまなことだらけ。
負の数を絶対値(符号をとった数の部分)だけを見て，正の数とごっちゃにしないでネ。まったく新しい数なんだから…

基礎例題 1（正負の数のたし算・引き算）

(1)　$-27-6+19-16$ を計算せよ。
(2)　$16-(-14)$ を計算せよ。

解答

(1)　$-27-6+19-16$

$=-27-6-16+19$

$=-49+19$

$=\mathbf{-30}$

プラスどうし
マイナスどうしを
まずまとめる

◯の単位で
順番を入れ
かえよう

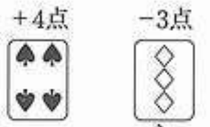
(2)　$16-(-14)$

$=16+14$　　$(A-(-B)=A+B!!)$

$=\mathbf{30}$

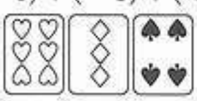
解説

(1)　トランプで，**黒はプラス点，赤はマイナス点**として，手のうちのカードの得点を合計するゲームを考えます。配られたカードが下図の場合には，



持ってると
点数が
減っちゃう

$(-6)+(-3)+(+4)=-5$（点）

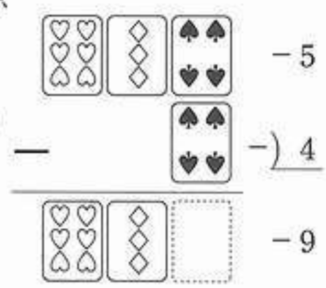


次に，ここから黒の 4 を捨てると，得点は -9 点です。

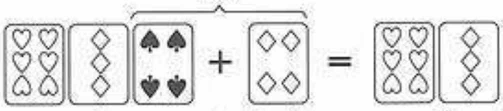
カードを捨てることを引き算とみると，

$-5-4=-9$（-5 点引く［黒の］ 4 は -9 点）

となりますが，赤の 4 を付け加えても，結果的に黒の 4 がなくなったのと同じなので，



0点



$-5 \quad + \quad (-4) \quad = \quad -9$ （-5点たす[赤の]4は-9点）

のようにもできます。これは，**引き算は符号を変えてたす**の一例を与えています。ここから，

$$-5-4=-5-4\ [=(-5)+(-4)]$$

と**引き算を負の数のたし算とみる**ことにつながります。

$$A+5 \ \Rightarrow\ A\overset{\text{たす}}{+}(\overset{\text{プラス}}{+}5) \qquad A-5 \ \Rightarrow\ A\overset{\text{たす}}{+}(\overset{\text{マイナス}}{-}5)$$

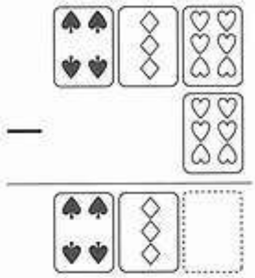
このように，正負の数のたし算・引き算は**すべて「たし算」**とみなすことができます。書かれている**＋・－をその後ろの数の符号**とみなしてすべてたし算で処理しましょう。

(2)　今度は赤の6を捨てることを考えてみましょう。

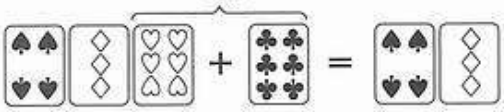
$-5-(-6)=1$

（-5点引く［赤の］6は1点）

となりますが，黒の6を付け加えても，結果的に赤の6がなくなったのと同じなので，



0点



$-5 \quad + \quad (+6) \quad = \quad 1$ （-5点たす[黒の]6は1点）

となり，やはり**引き算は符号を変えてたす**の一例になっています。

$$A-(-B)=A+(+B)=A+B$$

となりますね。

基礎例題 2 （正負の数の分数計算）

$-\frac{4}{3}+\frac{5}{6}-\frac{7}{4}-\left(-\frac{3}{2}\right)$ を計算せよ。

解答

たす・引くを $\overset{\text{プラス}}{+}$・$\overset{\text{マイナス}}{-}$ とみて、分子にのせる

$$-\frac{4}{3}+\frac{5}{6}-\frac{7}{4}-\left(-\frac{3}{2}\right)$$

A－(－B)
＝
A＋B

$$=-\frac{16}{12}+\frac{10}{12}-\frac{21}{12}+\frac{18}{12}$$

$$=\frac{-16+10-21+18}{12}$$ （分母をひとつに!!）

$$=\frac{-16-21+10+18}{12}=\frac{-37+28}{12}$$

$$=-\frac{9}{12}$$ （約分できるかいつもチェック）

$$=-\frac{3}{4}$$

解説

符号（＋・－）をとりのぞいた数字の部分を絶対値といいます。

-5：符号 $-$、絶対値 5

分数計算では，

①絶対値を通分する

②**分母をひとつにして**分子を計算する

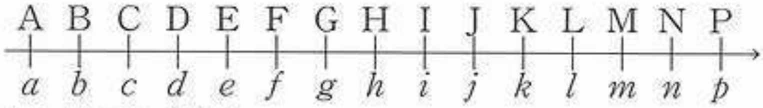
と混乱なく計算できます。ここでも

「引く」の記号は「マイナス」の符号

とみなして分子の計算を見通しよく行いましょう。

応用例題 12 （数直線と正負の数）

下図のように数直線上に等間隔に A，B，C，…，M，N，P が並んでいて，対応する数を，それぞれ a，b，c，…，m，n，p とすると $a=-\frac{2}{3}$，$p=\frac{1}{2}$ となっている。



(1)　AB の長さを求めよ。

(2)　0 に対応する点の記号を A～P の中から選べ。

(3)　$a+b+c+\cdots+m+n+p$ の値を求めよ。

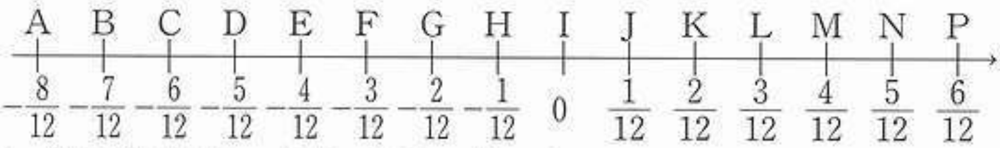
(4)　$a+b+c+\cdots+m+n+p$ の式で 1 ケ所だけ＋を－に変えると式の値が $-\frac{7}{12}$ になった。どの文字の前の＋を－に変えたのか。

解答

(1)　AP の長さ$=p-a=\frac{1}{2}-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}$

AB の長さは，AP の長さの $\frac{1}{14}$ なので，AB の長さ$=\frac{\cancel{7}^{1}}{6}\times\frac{1}{\cancel{14}_{2}}=\mathbf{\frac{1}{12}}$

(2)　下記数直線より **I** が 0 に対応する点。



(3)　絶対値が同じで符号の異なる数の和は 0 なので，

$a+b+c+\cdots+m+n+p$

$=-\frac{8}{12}-\frac{7}{12}\cancel{-\frac{6}{12}}\cancel{-\frac{5}{12}}\cancel{-\frac{4}{12}}\cancel{-\frac{3}{12}}\cancel{-\frac{2}{12}}\cancel{-\frac{1}{12}}+0\cancel{+\frac{1}{12}}\cancel{+\frac{2}{12}}\cancel{+\frac{3}{12}}$

$\cancel{+\frac{4}{12}}\cancel{+\frac{5}{12}}\cancel{+\frac{6}{12}}=-\frac{8}{12}-\frac{7}{12}=-\frac{15}{12}=\mathbf{-\frac{5}{4}}$

(4)　1 ケ所だけ＋を－に変えたときの和の変化は

$$-\frac{7}{12}-\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{7}{12}+\frac{15}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

なので，和が $\frac{2}{3}$ だけ増加したことがわかる。「＋」の記号を変えて増加したので，**負の数の前の記号を＋から－に変えた**ことになる。また，負の数の前の記号を変えると**和が記号を変えた数の絶対値の2倍だけ増加する**（解説(4)参照）ので記号を変えた数の絶対値は，$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$ とわかる。符号を考慮して $-\frac{1}{3}$ とわかり，これは e なので **e の前の＋を－に変えた**ことになる。

解説

(1) **数直線上の距離は　(大きい方の数)－(小さい方の数)**

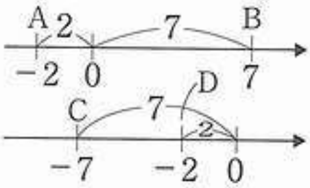
で計算できます。

例　・$AB=7-(-2)=7+2=9$

［正の数と負の数］

・$CD=-2-(-7)=-2+7=5$

［負の数と負の数］



(4) 例えば表と裏にそれぞれ $+1$ と -1，$+2$ と -2，$+3$ と -3，$+4$ と -4 が書いてある4枚のカードを考えます。下の図ではカードの和が，

$\boxed{-1}\boxed{-2}\boxed{-3}\boxed{-4}$　$(-1)\underline{+(-2)}+(-3)+(-4)=-10$

です。4数の前のどれかひとつの＋を－に変えることは，どれか1枚のカードを裏返して和を計算することに他なりません。

例えば，-2 のカードを裏返すとき，

まずそのカードを取る［**−2 がなくなったので全体で2増加**］

$\boxed{-1}\quad\boxed{-3}\boxed{-4}$　和は $-10+2=-8$

$+2$ のカードが加わる［**+2 が加わったのでさらに2増加**］

$\boxed{-1}\boxed{+2}\boxed{-3}\boxed{-4}$　和は $-8+2=-6=(-1)\underline{-(-2)}+(-3)+(-4)$

となり，裏返したカードの**絶対値の2倍**にあたる**4だけ和が増加**していることが分かります。