はじめに

小学校では‘算数’と呼ばれた教科が，中学になると‘数学’とその名前を変えます．算数と数学は，もちろん連続している部分も多いのですが，呼び名が変わる理由も，ちゃんとあるのです．

その一番はっきりした例が，‘文字の導入’です．

中学受験を経験した人は，何種類もの○○算の解き方を学んだことでしょう．それらは，それぞれが異なる発想を必要とし，覚えるのがなかなか大変だったはずです．ところが，中学になって，文字式を扱えるようになると，それらがすべて‘方程式を解く’という一つの操作に集約され，特別な発想なしに機械的に解けるようになってしまうのです．

この一例のように，数学の世界に入って新たに学ぶ事項は，数多くあります．

算数を卒業し，数学の世界への入り口に立っている皆さんは，今どんな思いを抱いているのでしょう．

‘あせらないで，じっくりと少しずつ数学の階段を登って行こう’と思っている人もいるでしょうし，逆に‘一刻も早く中学数学の全体像を概観して，高校入試問題などにも挑戦して行きたい’という意欲を燃やしている人もいるでしょう．

主にこの後者の方々のために，この本は作られました．

毎年，年度の変わり目になると，「新中1生に丁度良い数学の参考書はありませんか？」というお問い合わせが，編集部にたくさん寄せられます．そのほとんどは，難関の私立・国立中への合格を果たした新中1生のご両親からです．

小社発行の月刊誌『高校への数学』は，高校受験用なので，いきなり中1生が（いくら算数が得意だったとしても）読みこなすのは難しく，今までは，このようなご要望になかなかお応えすることができませんでした．

しかし，ここにようやく，そのための本ができ上がりました．

この本では，中学の3年間で新しく学習する事項を，すべて一通り，しかもコンパクトにまとめてあります．この本で，中学数学の‘あらすじ’がつかめれば，もう『高校への数学』やその増刊号などに進んでも，決して無理はないはずです．

算数が得意で，‘次は数学を究めたい！’と志している少年少女に，この本を贈ります．どうぞ，この本とともに，数学の世界への大きな一歩を踏み出して下さい．

スタートダッシュ 中学数学

目　次

第1部

万能の鍵をゲット！

君は今，数学の世界への扉の前に立っている．苦しいけれど楽しかった（？）算数の世界をクリアして，期待と不安を胸に，次なる未知の世界への扉を開けようとしている．でも，数学の世界へと君を導くこの扉を開けるには，どうしても必要な‘鍵’がある．

まずは，それをゲットしよう．

それさえ手に入れれば，いくつもある数学の世界への扉のどれも開けられるはず――それは，どの扉にも通用する‘万能の鍵’なんだ！

§1. 正の数・負の数

1．今，君たちが知っている数

今，君たちが知っている数の種類としては，整数，それに小数，分数があるよね．

そして，これらの数が下の図のように0から大きさの順に並んでいることも，十分にイメージできるはずだ．

⇦整数については，小学校入学前からおなじみだったはず(？)だし，小数，分数については，もちろん小学校で学んだネ．

⬅このような直線を“数直線”といったネ．

ところで，この図を眺めていると，いくつか疑問がわいてこないだろうか．その1つは当然，「0より左には，数はないの？」ということだろう．実は，0より左側にも，右側と全く同じように数が並んでいるんだ！

⬅もう1つ，「この“数直線”上に，小数や分数の形で表せない数はないの？」という疑問もわくかもしれない．この疑問の答えは，あとで明かされる(☞p.40～41)ので，乞うご期待！

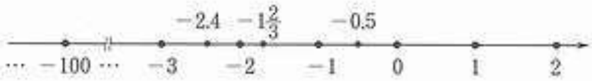
2．新たな数，“負の数”の登場

0より右側の(君たちが既に知っている)数を“正の数”というのに対して，左側の数は“負の数”と呼ばれる．

そして，負の数は，下の図のように記号「－(マイナス)」を付けて表される．

⇦0は，正でも負でもないことに注意．

⇦それに対して，記号「＋(プラス)」は“正”を表すが，正の数は通常「＋2」などとは書かずに単に「2」と表される．



この数直線を見てもらえれば分かるように，正の数の目盛りが0に近い所から1，2，3，…となっているように，負の数の目盛りも0に近い所から－1，－2，－3，…となっているね．ということは，負の数「－　」については，　の数字が小さいほど，数としては大きいということになるんだ．

⬅数直線上の数aと0との‘距離’を，aの**絶対値**といい，$|a|$という記号で表す．

$|2|=2$，$|-3|=3$，$|0|=0$ など．

3. 正の数・負の数の計算

正の数についての四則計算(加減乗除)は，もちろん知っているよね．ここでは，負の数についてのそれを眺めてみよう．

⇦足し算を加法，引き算を減法，掛け算を乗法，割り算を除法という．

まずは，(普通は加減から入るけど)乗除，すなわち掛け算と割り算からいこう．

$2\times4=8$ …① は当たり前だが，それでは，$(-2)\times4$，$2\times(-4)$，$(-2)\times(-4)$ は？

答えは，順に，-8，-8，8 となるんだ．「$-$」×「$+$」と「$+$」×「$-$」は「$-$」に，「$-$」×「$-$」は「$+$」になる．

⇦答えの絶対値は，すべて①と同じ，8だ．

割り算についても，事情は同じだ．

$8\div4=2$ だが，$(-8)\div4=-2$，$8\div(-4)=-2$，$(-8)\div(-4)=2$ となる．

一般に，次のことが言える．

> 正の数と負の数の乗除においては，
> 　負の数が**奇数個**あれば，答えの符号は「$-$」
> 　負の数が**偶数個**あれば，答えの符号は「$+$」

⇦「$+$」を正の符号，「$-$」を負の符号という．
⇦0は偶数であることに注意．

［例］（1）$(-2)\times\frac{1}{4}\times9\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-6)$

$$=-\left(2\times\frac{1}{4}\times9\times\frac{1}{3}\times6\right)=-9$$

⬅負の数が3個(奇数)だから，式全体の符号は「$-$」．これをまず確認してから，網目部分のように処理するのが手早い．

（2）$3\div\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times8\div2$

$$=3\times2\times\frac{1}{4}\times8\times\frac{1}{2}=6$$

⇦負の数が2個(偶数)だから，式全体の符号は「$+$」．
⇦割り算は，'逆数にして掛ける'だったネ(逆数とは，$3/2$ と $2/3$，$-1/2$ と -2 のように，積が1になる2数の関係をいう)．

次に，加減，すなわち足し算と引き算だ．

$3+8=11$ だが，$(-3)+8$ は？

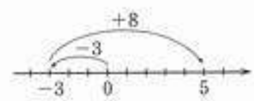
⇦$(-3)+8$ は，$-3+8$ と書いても同じことだ．

加減においては，

　　「$+$」は，数直線上の右側への移動
　　「$-$」は，数直線上の左側への移動

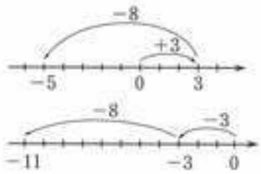
とイメージすると，分かりやすいだろう．

すると，$(-3)+8$ は，数直線上の0からスタートして，"左へ3，右へ8"の移動だから，結局$+5$に行き着くね．よって，$(-3)+8=5$ だ．

⇦ 

⇦「$+5$」とは書かない．

同様に，$3+(-8)=-5$，$(-3)+(-8)=-11$…① となる．

⇦ 

引き算についても，同じイメージから，

$$3-8=-5,\ \ -3-8=-11\ \cdots②$$

などとなることが分かるだろう．

では，$-8-(-3)$ はどうなるのか？

ところで，上の①と②を見比べてほしい．①と②は答えがそれぞれ同じだが，これは偶然ではない．②の計算を数直線上に表そうとすると，①で書いた図と全く同じになるはずだ．つまり，①と②はそれぞれ全く同じ計算なんだ．これは，①の「+(−●)」という部分が＋と－の掛け算だから結局－になって，「+(−●)」=「−●」になる，というわけだね．

⇦掛け算の計算規則を思い出そう．

だとすると，全く同じように，「−(−●)」=「+●」になるはずで，$-8-(-3)=-8+3=-5$，

$$3-(-8)=3+8=11 \text{ などとなる．}$$

⇦「−」×「−」=「+」だったネ．

＊　　　　　＊

以上，初めての人は混乱してしまいそうだが，p.12 の計算練習をこなしてもらえれば，ほぼコツがつかめるはずだ．

その前に，計算に必要となるいくつかの法則を確認しておこう．

⬅練習問題を解く前に，p.11 の「累乗と指数法則」も読んでおくこと．

4. 種々の計算法則の確認

以下，A，B，C を数として，次の法則が成り立つ．

⇦もちろん 0 や負の数でもよい．

Ⅰ．**交換法則**；A+B=B+A（加法）
　　　　　　　A×B=B×A（乗法）

Ⅱ．**結合法則**；(A+B)+C=A+(B+C)（加法）
　　　　　　　(A×B)×C=A×(B×C)（乗法）

Ⅲ．**分配法則**；(A+B)×C=A×C+B×C
　　　　　　　C×(A+B)=C×A+C×B

⇦7−3≠3−7 のように，減法について，交換法則は成り立たない(「≠」は‘等しくない’を表す記号)．

ただし，〰〰=7+(−3) と変形すると(これは加法だから)，7+(−3)=−3+7 は成り立つ．

⇦分配法則の逆(右辺→左辺)の計算(共通因数 C の‘くくり出し’)もできるようにしておこう．

ⅠとⅡは感覚的に当たり前だろうが，特にⅢに注意しておこう．これは，第 3 部で述べる“展開・因数分解”へとつながっていく重要な法則だ．

⇦☞p.38〜39.

§2. 文字式の扱い

1. 算数から数学へ

小学校のとき「算数」と呼ばれていた科目が，中学以降は「数学」と名前を変えるのを，君たちは不思議に感じなかっただろうか．

同じ(ような)科目なのに，呼び名が変わるのには，何か理由があるはずだ．その中で最も大きなものの1つが，**文字の導入**なんだ．

以下のように，文字を導入することによって，数式による機械的な処理が容易になる．その顕著な例は，中学受験のとき，あれだけ苦労してそれぞれの解き方を覚えた○○算が，ほとんど1つの操作—方程式を解く—に集約されてしまうことだ．

⇦○○算って，一体いくつあっただろう….

話が大分先回りしてしまったようだ．それでは，数学における‘基本の単位’とも言うべき文字式の扱い方を，眺めていくことにしよう．

⬅文章題の方程式による解き方は，後で学ぶ(☞p.18〜20)．

⇦文字式は，英語における単語のようなものだ．

2. 文字式とは？

‘文字’とは，広い意味を持った言葉だが，ここでは主に，英字のアルファベット(しかも小文字)を指す．英語が未習の人もいるかもしれないから，右にアルファベット26文字を示しておく(太字は，比較的よく使われるもの)．

では，この文字をどう使うのかというと，典型的な使い方は，**分からないものを文字でおく**ということだ．例を見てもらうのが手っ取り早いだろう．

エー	ビー	シー	ディー	イー	エフ	ジー
a	***b***	***c***	*d*	*e*	*f*	*g*
エイチ	アイ	ジェー	ケー	エル	エム	エヌ
h	*i*	*j*	***k***	*l*	***m***	***n***
オー	ピー	キュー	アール	エス	ティー	ユー
o	***p***	***q***	*r*	*s*	***t***	*u*
ブイ	ダブリュー	エックス	ワイ	ゼット		
v	*w*	***x***	***y***	***z***		

［例］ 鶴(つる)と亀(かめ)が，合わせて 30 匹(ぴき)います．足の数が全部で 108 本のとき，鶴と亀はそれぞれ何匹ずついますか．

⇦もちろん，君たちおなじみの(？)つるかめ算が題材だ．

［解説］ 「分からないもの」は，もちろん鶴と亀それぞれの数だ．だったら，これを文字でおけばいい．鶴が a 匹，亀が b 匹いるとしよう．この文字 a，b をおいたことによって，問題文の条件が簡単に式に表される．

⇦「求めたいもの」と言いかえてもいい．

$$\begin{cases} \text{鶴と亀の合計の数について} \cdots\cdots a+b=30 \\ \text{鶴と亀の足の合計について} \cdots\cdots 2\times a+4\times b=108 \end{cases}$$

*　　　　*

ここから a，b を求めるやり方は，p.19 を読んでもらうとして，以下では，その前段階としての文字式の計算規則を学ぼう．

⇦a，b を求めることを，'連立方程式を解く' という．
（ちなみに，答えは，
$a=6$，$b=24$）

3. 文字式の計算規則

上で，「$2\times a$，$4\times b$」と書いたが，この「×」は省略してもかまわない．通常，「$2a$，$4b$」と書く．文字同士の掛け算でも同じことで，「$a\times b$」は「ab」と表される．

⇦数字を先に書く．$a\times 2$ でも「$2a$」であり，「$a2$」などとは書かない．
なお，この「2」を**係数**という．

では，足し算や引き算はどうなるのか．例えば，$4a+3$，$4a+3b$ などの式は，これ以上簡単にすることはできない．ところが，$4a+3a$ なら，できるんだ．

$$4a+3a=7a$$

となる．この「$4a$」と「$3a$」のように，使われている文字の部分が全く同じものを**同類項**(どうるいこう)といい，同類項同士の間でだけは，足し算・引き算をまとめられるんだ．例えば，

$$4ab-3ab=ab,\ 4x-7x=-3x\ (\text{係数が負！})$$

といった具合だ．

⇦式の意味を考えても，$4a$(a が 4 つ)と $3a$(a が 3 つ)を足せば，a が 7 つ，すなわち $7a$ になることが分かるよね．
⇦「項」の意味については，☞p.19.
⇦「$1ab$」などとは書かない．なお，次ページで述べる a^2 と a は同類項ではない．

文字の入った式と入らない式の掛け算や割り算は，

$$4a\times 3=12a,\ 8a\div 2\left(=8a\times\frac{1}{2}\right)=4a,$$

$$b\neq 0\ \text{のとき，}\ 8\div 2b\left(=8\times\frac{1}{2b}\right)=\frac{4}{b}$$

などとなるが，では，文字の入った式同士だと，どうなるだろうか．次に，それを解説しよう．

⇦0 で割ることはできないから，分母にくる文字は 0 であってはならない(分母に文字が含まれているときは，'分母 $\neq 0$' に注意しよう！)．
なお，$2b$ の逆数は $\frac{1}{2b}$ だ．