はじめに

黒　木　正　憲

算数，一般に，数学は暗記する学科ではありません．ほかの学科なら，すこしムリしてでも暗記すれば，それなりの成績をあげられるでしょうが，算数は，ある問題を解くための公式とか方法をいくら暗記しても，それで一般の問題が解けるものではありません．それよりも，どうしてそのような公式とか方法がえられるのかを，なっとくし，おぼえる，ことがだいじなのです．たとえば，ある区間をいくのに，A は a 時間，B は b 時間かかったとするとき，その区間を $s$km とすると，A，B の速さの比は

$$\frac{s}{a}:\frac{s}{b}=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}=\frac{a\times b}{a}:\frac{a\times b}{b}=b:a$$

だから，A，B の速さの比は時間の逆比，また同時に，A，B の時間の比は速さの逆比，というように，公式は，ただ結果だけを丸暗記するのでなくて，なぜそうなるのかをなっとくしておぼえておかねばなりません．

これから，中学，高校へとすすむにつれて，数学ではおびただしい量の定理や公式を学ぶことになりますが，それに対しても，どうしてそのような定理や公式ができるのか，それはどんな意味とか役割をもつのか，をなっとくしながらおぼえていかなくては，そのような定理や公式をうまく使うことはできません．

といっても，数学で使う定理や公式はあまりにも数が多いので，わたしたち数学を仕事にしている者でも，つねにそれらを全部おぼえているわけではありません．しかし，そんな定理や公式のなりたちを知っているので，必要に応じて自分で作りだすことができるのです．

相対性原理で名高い大物理学者のアインシュタインは，講義のとき，しばしば数学の公式を忘れ，そのたびに講義を中断しては研究室に調べにもどっていたそうですが，あるとき，姿を消したとおもったらすぐあらわれて，「そうだ調べにもどらなくても，ここで公式をつくればいい」といったとか．

必要に応じて，定理や公式をおもいだし，必要に応じて解きかたを考えだすことができる，のが“数学が身につく”ということです．

数学はつみかさねの学科です．算数，一般に数学は，どんなことでも，つみかさねたものが下じきになってもっと上の知識へとつながっていきます．したがって，ここは苦手だからきらいだとか，むずかしいからやめる，というわけにはいきません．つらくても，そういうところを乗りきっていくことです．

みなさんは，歌を何回か聞いているうちに，それを暗記しようなどとしなくても，いつのまにか唄(うた)えるようになっているのに気づくことがあるでしょう．数学もいつのまにかそれが身につくような勉強をしたいものです．そのためにも，「わたしは数学が好きだ」と頭に心の声をかけて勉強にとりかかりましょう．「好きこそものの上手なれ」ということわざもあります．

この本の使い方

中井　淳三

♠この本の特色

全国の中学入試問題は，毎年少しずつ変化しています．そしてその変化の特徴としては，次の2つのことがあげられます．

第1は，

　毎年，少しずつ難しくなっている

ということです．

第2は，難しくなっている理由ともいえるものですが，

　パターン練習だけでは解けないものが
　多くなっている

ということです．たとえば，算数というと，〇〇算，というイメージをもっている人が多いかもしれませんが，単純な〇〇算というものの比率は年ごとに低くなっているのです．

では，このような傾向に対して，どのように勉強をすすめていけばよいのでしょうか．

難しい問題を解いていけばよい，と考える人もいることでしょう．新しい傾向の問題にしぼって勉強すればよい，と考える人もいるでしょう．もちろん，そうした勉強も大切です．

しかしそれには，みなさんの学習の進みぐあいや，志望校とのかねあいがあります．受験勉強を始めたときから，いきなり難しい問題にとりくんでも，時間のムダ使いになりかねません．

そこで，この本では，

　受験勉強にとりくみ始めた人

のために，あるいは，いずれ難問にもとりくんでいかなければならない

　難関中学を目指す人のための足固め

のために，必要かつ十分な346題を，最近の入試問題を中心に精選しました．

さて，問題は，ただ解ければいいというものではありません．適切な方法がある問題に対して，メンドウな計算やまわりくどい考え方で解けても，そのまま解きっぱなしにしていたのでは，同じような問題に出会ったときに，また苦労することになります．

これに対してこの本では，各問題に，

　もっとも適切だと思われる，
　ていねいでわかりやすい解答

をつけてあります．したがって単に答えあわせをするだけでなく，もっとも適切な考え方や計算方法を確認し，ひとつひとつの問題から，より多くのことを学びとっていってください．

♡この本のなりたち

346題の問題を新しい視点から21の分野に再構成し，各分野ごとに，問題編，解答編という2本立てになっています．

問題編では，問題文の右に，その問題の内容や考え方のヒントなどを述べてあります．

解答編では，解答（解）の前書きでカギになる考え方を簡単にまとめるとともに，右側の⇦で補足や大切な考え方のまとめを行っています．

さらに，いくつかの分野については，知っておいた方がよい考え方や手法を“ミニ講座”としてまとめてあります．

ミニ講座や，解答の前書き，補足などは解けないときのヒントとして利用したり，試験前のチェックなどに役立ててください．

また一部に難問もありますが，それには問題番号の右上に＊印をつけてあります．難問は，解答を読んで理解できれば十分です．

また，解答のあとの➡**注**と■**研究**は，

➡**注**……解答についての補足，注意事項
■**研究**…発展的な研究事項

を表し，■**研究**は意欲的な人向けのものです．

＊　　　　＊

この本の問題を解きすすめることによって，みなさんの実力がステップアップされていくことを楽しみにしています．

ステップアップ演習

目　次

数と計算の 20 題

1・1

（1） 次の数を小さい順に並べなさい．

$\frac{3}{7}$，$\frac{10}{23}$，0.4，$\frac{4}{9}$，$\frac{11}{24}$ （同志社）

（2） 次のア～オで，計算の結果が最も大きくなるのはどれですか．

ア $\frac{25}{36} \div \frac{7}{15}$　イ $\frac{25}{36} \times \frac{5}{7}$　ウ $\frac{25}{36} \times 1\frac{1}{5}$

エ $\frac{25}{36} + \frac{25}{36}$　オ $\frac{25}{36} \div 1\frac{1}{4}$ （筑波大附）

1・1（1） 分数の大小を比べる場合に，必ずしも通分がいいとは限りません．

（2） 実際に計算の結果を出す必要はありません．

1・2

次の□の中に＋，－，×，÷の記号をあてはめて，式が成り立つようにしなさい．なお，それぞれ，同じ記号を 2 度使ってはいけません．

（1） （6 □ 9 □ 4）□ 5＝10 （明大中野八王子）

（2） 45 □ 15 □ 5 □ 3＝20 （関西大一）

（3） 5 □ 4 □ 8 □ 16 □ 9＝12 （甲陽）

1・2 あとで復習するときのために，□には書き込まないようにしましょう．手順よく＋，－，×，÷をいれて試してみること．

1・3

次の例は，4 を 4 つと，必要に応じて＋，－，×，÷，（ ）を用いて，答えが 2 になる式を作ったものです．これにならって，答えが 2 以外の 1 および 3～9 になる式を作りなさい．

（例） 2 を作る：4－(4＋4)÷4，4÷4＋4÷4 など． （上越教育大附）

1・3 4 つの 4 と呼ばれる算数パズルで，発想力・思考力の訓練になります．方法はいろいろあります．

1・4

次の計算をしなさい．

（1） $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-1$ （比治山）

（2） $6\frac{1}{4} \div \left\{\frac{35}{143} \div \left(\frac{8}{45} \div 4\frac{20}{63}\right) \div \frac{34}{39}\right\} \div 1\frac{13}{20}$ （洛南高附）

1・4 計算のくふうをします．どんなくふうができるか考えてください．

1・5

次の計算をしなさい．

（1） 6×6×3.14×5－4×4×3.14×5 （十文字）

（2） 31.4×5＋3.14×11＋314×0.39 （日向）

（3） 10.4÷3.14＋29.1÷9.42－8.8÷6.28 （普連土）

1・5 計算のくふうの中で，最もよく登場するテクニックをつかいます．よくマスターして役立てましょう．

1・6

次の計算をしなさい.

(1)　$23\times1013+21\times52-23\times13+42\times24$　(実践)

(2)　$2.36\times6+2.46\times5+2.64\times6+11.54\times5$　(城北)

1・6　できれば暗算でチャレンジしてください．もちろん，計算のくふうで勝負です．

1・7

次の計算をしなさい.

(1)　999×99　(金光)

(2)　$1989\times1989-1988\times1990$　(関西)

1・7　計算のくふうをして，問題の式を書き直してみましょう．筆算ではなく，華麗な変形にトライしてください．

1・8

次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい.

(1)　$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{6}=\boxed{}$

(四天王寺)

(2)* $3*1=3\times2\times1$，$5*2=5\times4\times3\times2$ というように書くことにすると，

$\dfrac{1}{8*1}-\dfrac{1}{9*2}=\dfrac{\boxed{}}{9*2}$　(藤村)

(3)* $10\times11=(10\times11\times12-\boxed{}\times10\times11)\div3$ であるから，

$10\times11+11\times12+12\times13+13\times14+\cdots\cdots\cdots+20\times21=\boxed{}$

となります.　(駒場東邦)

1・8　1・5 からの手法をここでも使います．どうしたら，少ない計算量ですませられるか….
(2)，(3)は中学，高校級の難問です．

1・9

(1)　$2\dfrac{2}{3}$ の逆数は何ですか.　(賢明)

(2)　逆数が 1.25 になる数は何ですか.　(熊本マリスト)

(3)　$\dfrac{1}{x}$ を $R(x)$ と表すとき，$R(2)-R(3)$，$R(R(2)+R(3))$ をそれぞれ求めなさい.　(愛知)

1・9　B が $\dfrac{1}{A}$ のとき，B は A の逆数といいます．分数なら分子と分母を入れかえれば逆数になります．
(2)はもとの数を $\dfrac{b}{a}$ とすると $\dfrac{a}{b}$ が 1.25 になる数のことです．

1・10

記号⦿は，$a⦿b=\dfrac{a+b}{a\times b}$ を表します．例えば，$2⦿3=\dfrac{2+3}{2\times3}=\dfrac{5}{6}$ です．

次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい.

(1)　$3⦿7=\boxed{}$　　(2)　$\boxed{}⦿6=\dfrac{2}{3}$　(帝塚山)

1・10　(2)を解くためには，ちょっとした考えが必要．記号のきまりの言いかえがいります．

考え方と解き方

1・1

分数の大小を比べるのに，何でもかんでも通分しようとせず，ときには小数に直してみます．とくに，（1）のように大小を比べる分数がたくさんある場合はなおさらです．

解 （1） 分数を小数に直すと，

⇦（分子）÷（分母）

$\frac{3}{7}=0.42\cdots$，$\frac{10}{23}=0.43\cdots$，$\frac{4}{9}=0.44\cdots$，$\frac{11}{24}=0.45\cdots$

⇦この問題の場合は，小数第2位まで求めれば大小がわかる．

となるから，小さい順に並べると，

$$\mathbf{0.4,\ \frac{3}{7},\ \frac{10}{23},\ \frac{4}{9},\ \frac{11}{24}}$$

（2） ア～オは次のように形を変えることができます．

⇦すべて，$\frac{25}{36}\times\square$ の形に変えてみる．
割り算はかけ算に，たし算もうまくかけ算に，直すことができる．

ア $\frac{25}{36}\div\frac{7}{15}=\frac{25}{36}\times2\frac{1}{7}$，　イ $\frac{25}{36}\times\frac{5}{7}$，　ウ $\frac{25}{36}\times1\frac{1}{5}$

エ $\frac{25}{36}+\frac{25}{36}=\frac{25}{36}\times2$，　オ $\frac{25}{36}\div\frac{5}{4}=\frac{25}{36}\times\frac{4}{5}$

すべて $\frac{25}{36}\times\square$ の形になったので，これらの計算の結果が最も大きくなるのは，かける数□が最も大きい**ア**．

1・2

可能性がしぼれるところをさがします．

解 （1） (6□9□4)□5＝10 の (6□9□4) は，

5＋5＝10，15－5＝10，2×5＝10，50÷5＝10

の，5，15，2，50 のどれか．試（ため）してみると4番目がうまくいき，

⇦(6□9□4) は5や15や2にならない．

$(6\boxed{\times}9\boxed{-}4)\boxed{\div}5=50\div5=10$

（2） ×と÷がはいる□は先に計算する部分です．その部分を［ ］で表すと次の6通りになり，［ ］の外には＋か－がはいります．

⇦先に計算する部分を，［ ］で囲む，つまり，［ ］の中の□には×か÷がはいる．

［45□15］□5□3＝20，　45□［15□5］□3＝20，

45□15□［5□3］＝20，　［45□15□5］□3＝20，

［45□15］□［5□3］＝20，　45□［15□5□3］＝20

試してみるとこのうち6番目がうまくいき，

$45\boxed{-}15\boxed{\times}5\boxed{\div}3=45-25=20$

（3） ためしに÷を入れてみると，×の位置の可能性もしぼれて，

⇦÷の部分はいずれもいっとき分数になるから，かけ算して整数にする必要がある．

5÷4×8□16□9＝12，　5□4÷8×16□9＝12，

5□4×8÷16□9＝12，　5□4□8×16÷9＝12

のようになると考えられます．（4番目のはすぐに無理とわかる）

試してみるとこのうち3番目がうまくいき，

$5\boxed{-}4\boxed{\times}8\boxed{\div}16\boxed{+}9=5-2+9=12$

1·3

解　**解答例**を示しておきます．

⇦解答はほかにもある．

$4\div4+4-4=1$,　$(4+4+4)\div4=3$,　$4+(4-4)\times4=4$,

$(4\times4+4)\div4=5$,　$(4+4)\div4+4=6$,　$4+4-4\div4=7$,

$4+4+4-4=8$,　$4+4+4\div4=9$

⇦このルールで 10 はできない．

1·4

解　(**1**)　計算の順序をかえて，$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}-1=0$ を先にしてしまいます．すると，問題の式$=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}=\mathbf{\dfrac{9}{20}}$

⇦$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}-1$
ここを先に計算してしまう．
$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{3}{6}+\dfrac{2}{6}+\dfrac{1}{6}=1$

(**2**)　まず仮分数に直し，次に部分的な計算はせずに，割り算をかけ算に変えながらカッコをはずします．

$$\text{問題の式}=\frac{25}{4}\div\left\{\frac{35}{143}\div\left(\frac{8}{45}\div\frac{272}{63}\right)\div\frac{34}{39}\right\}\div\frac{33}{20}$$
$$=\frac{25}{4}\div\left\{\frac{35}{143}\div\left(\frac{8}{45}\times\frac{63}{272}\right)\div\frac{34}{39}\right\}\div\frac{33}{20}$$
$$=\frac{25}{4}\div\left(\frac{35}{143}\times\frac{45\times272}{8\times63}\times\frac{39}{34}\right)\div\frac{33}{20}$$
$$=\frac{25}{4}\times\frac{143\times8\times63\times34}{35\times45\times272\times39}\times\frac{20}{33}=\mathbf{\frac{5}{9}}$$

⇦約分のポイントは
$143=13\times11$,　$272=16\times17$,
$34=17\times2$,　$39=13\times3$
のあたり．

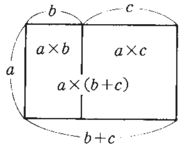
1·5

分配法則の逆を適用します．

解　(**1**)　$6\times6\times3.14\times5-4\times4\times3.14\times5$
$=(6\times6-4\times4)\times3.14\times5$
$=100\times3.14=\mathbf{314}$

⇦$(6\times6-4\times4)\times5=20\times5=100$

分配法則の逆(a でくくる)：
$a\times b+a\times c=a\times(b+c)$



(**2**)　$31.4\times5+3.14\times11+314\times0.39$
$=(3.14\times10)\times5+3.14\times11+(3.14\times100)\times0.39$
$=3.14\times50+3.14\times11+3.14\times39$
$=(50+11+39)\times3.14=100\times3.14=\mathbf{314}$

(**3**)　$10.4\div3.14+29.1\div9.42-8.8\div6.28$
$=10.4\div3.14+29.1\div(3.14\times3)-8.8\div(3.14\times2)$
$$=\frac{1040}{314}+\frac{2910}{314\times3}-\frac{880}{314\times2}$$
$$=\frac{1040}{314}+\frac{970}{314}-\frac{440}{314}$$
$$=\frac{1570}{314}=\mathbf{5}$$

⇦$(10.4+29.1\div3-8.8\div2)\div3.14$
$=(10.4+9.7-4.4)\div3.14$
$=15.7\div3.14$　でもよい．
(つまり，わり算でも分配法則は成り立つ)

考え方と解き方

1・6

分配法則の逆を２回使うタイプの計算です．

解　（１）　23 のついている部分とついていない部分に分けて，

問題の式$=23\times(1013-13)+21\times52+(21\times2)\times24$

$=23\times1000+21\times(52+2\times24)$

$=23000+21\times100=23000+2100=\mathbf{25100}$

⇦23 を，1013 個から 13 個ひくと 1000 個になると考えることもできる．

⇦21 の方もくくれることを発見する（分配法則の逆，２つ目）．

（２）　まず，$2.36\times6+2.64\times6$ のところに着目して，

問題の式$=(2.36+2.64)\times6+2.46\times5+11.54\times5$

$=5\times6+2.46\times5+11.54\times5$

$=5\times(6+2.46+11.54)=5\times20=\mathbf{100}$

⇦まず，6 でくくる．（分配法則の逆）

⇦次に，5 でくくる．（再び分配法則の逆）

1・7

計算のくふうにより問題の形を変えます．

解　（１）　$99=100-1$ として分配法則を使います．

問題の式$=999\times(100-1)$

$=999\times100-999$

$=99900-999$

$=99900-1000+1=\mathbf{98901}$

（２）　$1990=1989+1$ として分配法則を使います．

問題の式$=1989\times1989-1988\times(1989+1)$

$=1989\times1989-1988\times1989-1988$

$=1989\times(1989-1988)-1988$

$=1989-1988=\mathbf{1}$

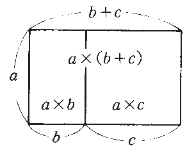
➡**注**　（１）　999 の方を $1000-1$ として分配法則を使うと

問題の式$=(1000-1)\times99=99000-99=98901$

となります．これでももちろんかまいません．

分配法則（カッコをはずす）：
$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$

分配法則の逆（aでくくる）：
$a\times b+a\times c=a\times(b+c)$



1・8

1･5 からの手法，分配法則の逆を，ここでも使います．

解　（１）　前２式，後２式をかたまりにすることにして，

問題の式$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{6}\right)$

⇦分配法則の逆．

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{5}{6}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\left(1+\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{8}\times\frac{19}{18}=\mathbf{\frac{19}{144}}$

⇦再び分配法則の逆．

あとがき

自分にとってやさしすぎる問題をいくら沢山解いても，算数の力はつきません．反対に，自分にとって難しすぎる問題ばかりやっていると，背のびしすぎて基本に穴があいたりして，やはり算数の力をつけるのに害になります．

この本は，受験勉強をはじめてちょっとして，教科書程度のことは十分わかるけど，もう1段階実力をアップしたいな，と考えている人のために，基本よりやや難しめだけど，複合問題や難問ではない手頃な問題を集めたものです．

自分には少し難しいな，というくらいの問題を何回もくりかえしてみてください．この本の半分をこなしたあたりから，実力のアップが自分でも手にとるようにわかってくるはずです．　　(栗田)

本書の各章の問題を順に並べて数列を作ると，

20　20　20　20　17　16　18
15　17　19　23　18　19　15
20　10　11　10　16　11　11

この合計は346です．階段にたとえれば346段になります．

しかも，1題の中に独立した問題が2〜3題あったり，新たに学習する重要事項が出てきたり….この346段のステップを登るのは結構たいへんですよ．

この階段の登り方はいろいろあります．1日に1段ずつ登る人，2段ずつ登る人，…，あるいは毎週10段ずつ登ろうとする人など．

でも，君たちなら，自分の登りやすい方法をきっと見つけるでしょう．途中の50段や100段あたりで，登った感想をはがきででも聞かせてください！　　(里野)

この本を読み進めることによって，算数の実力を高めてもらうことはもちろんですが，同時に，算数を勉強する楽しさも味わってもらいたい，と思って編集しました．

この本でとりあげた346題で，受験勉強の足固めとしては，質・量とも十分なものだと思います．解答についても，適切でわかりやすいものを心がけたつもりですが，全国の読者のみなさんの知恵が集まればもっと適切なものができるでしょうし，また，“ボクにとってはわかりやすくない”というところもあるかもしれません．

そこで，疑問に思う所が出てきたら，往復ハガキなどを利用して「中学への算数・編集部」あて，遠慮なく質問してください．また，別解や感想などもどしどしお寄せください．個人的に質問などにお答えするほか，他の読者とも一緒に考えたいものについては，「中学への算数」定期号で，多くの人に伝えていきたいと思います．

(中井)

中学への算数
ステップアップ演習

平成12年7月15日　第1刷発行
平成26年2月25日　第15刷発行

編集人　中井淳三
発行人　黒木美左雄
整版所　錦美堂整版
印刷所　光陽メディア

発行所　**東京出版**
〒150-0012
東京都渋谷区広尾3-12-7
http://www.tokyo-s.jp/
電　話　03-3407-3387
振　替　00160-7-5286

ISBN978-4-88742-036-6