はじめに

『1対1対応の演習』シリーズは，入試問題から基本的あるいは典型的だけど重要な意味を持っていて，得るところが大きいものを精選し，その問題を通して

入試の標準問題を確実に解ける力

をつけてもらおうというねらいで作った本です．

さらに，難関校レベルの問題を解く際の足固めをするのに最適な本になることを目指しました．

以上のように，受験を意識した本書ですが，教科書にしたがった構成ですし，解説においては，高2生でも理解できるよう，分かりやすさを心がけました．学校で一つの単元を学習した後でなら，その単元について，本書で無理なく入試のレベルを知ることができるでしょう．

なお，小社では月刊「大学への数学」の増刊号として「入試数学基礎演習」を発行しています．この演習書は，入試の基本レベルの問題を精選して構成されていて，扱っている問題は1対1シリーズよりも基本的です．ですが，教科書の配列にこだわらず，分野別に配列されており，解説は数ⅠAⅡBを一通り終えたのを前提とした上での実戦的なもの（例えば，座標の解答で，ベクトルを使うなどしている）になっています．

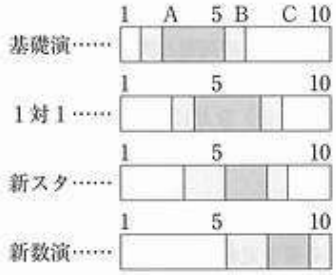
問題のレベルについて，もう少し具体的に述べましょう．水準以上の大学で出題される10題を易しいものから順に1，2，3，…，10として，

1~5の問題……A（基本）
6~7の問題……B（標準）
8~9の問題……C（発展）
10の問題………D（難問）

とランク分けします．この基準で本書と，本書の前後に位置する月刊「大学への数学」の増刊号

「入試数学基礎演習」（「基礎演」と略す）
「新数学スタンダード演習」（「新スタ」と略す）
「新数学演習」（「新数演」と略す）

のレベルを示すと，次のようになります．（濃い網目の問題を主に採用）



さて，本書は，入試の標準問題を確実に解ける力が，問題を精選してできるだけ少ない題数（本書で取り上げた例題は83題です）で身につくように心がけ，そのレベルまで，

効率よく到達してもらうこと

を目標に編集しました．

本書を活用して，数Ⅱの入試への足固めをしていってください．

皆さんの目標達成に本書がお役に立てれば幸いです．

本書の構成と利用法

坪田三千雄

本書のタイトルにある‘1対1対応’の意味から説明しましょう．

まず例題(四角で囲ってある問題)によって，例題のテーマにおいて必要になる知識や手法を確認してもらいます．その上で，例題と同じテーマで1対1に対応した演習題によって，その知識，手法を問題で適用できる程に身についたかどうかを確認しつつ，一歩一歩前進してもらおうということです．この例題と演習題，さらに各分野の要点の整理（4ページまたは2ページ）などについて，以下，もう少し詳しく説明します．

要点の整理：　その分野の問題を解くために必要な定義，用語，定理，必須事項などをコンパクトにまとめました．入試との小さくはないギャップを埋めるために，一部，教科書にない事柄についても述べていますが，ぜひとも覚えておきたい事柄のみに限定しました．

例題：　原則として，基本～標準の入試問題の中から

・これからも出題される典型問題
・一度は解いておきたい必須問題
・幅広い応用がきく汎用問題
・合否への影響が大きい決定問題

の83題を精選しました（出典のないものは新作問題，あるいは入試問題を大幅に改題した問題）．そして，どのようなテーマかがはっきり分かるように，一題ごとにタイトルをつけました（大きなタイトル／細かなタイトル の形式です）．なお，問題のテーマを明確にするため原題を変えたものがありますが，特に断っていない場合もあります．

解答の前文として，そのページのテーマに関する重要手法や解法などをコンパクトにまとめました．前文を読むことで，一題の例題を通して得られる理解が鮮明になります．入試直前期にこの部分を一通り読み直すと，よい復習になるでしょう．

解答は，試験場で適用できる，ごく自然なものを採用し，計算は一部の単純計算を除いては，ほとんど省略せずに目で追える程度に詳しくしました．また解答の右側には，傍注（⇦ではじまる説明）で，解答の補足や，使った定理・公式等の説明を行いました．どの部分についての説明かはっきりさせるため，原則として，解答の該当部分にアンダーライン（――）を引きました（容易に分かるような場合は省略しました）．

演習題：　例題と同じテーマの問題を選びました．例題よりは少し難し目ですが，例題の解答や解説，傍注等をじっくりと読みこなせば，解いていけるはずです．最初はうまくいかなくても，焦らずにじっくりと考えるようにしてください．また横の枠囲みをヒントにしてください．

そして，例題の解答や解説を頼りに解いた問題については，時間をおいて，今度は演習題だけを解いてみるようにすれば，一層確実な力がつくでしょう．

演習題の解答：　解答の最初に各問題のランクなどを表の形で明記しました（ランク分けについては前ページを見てください）．その表にはA*，B*○というように*や○マークもつけてあります．これは，解答を完成するまでの受験生にとっての“目標時間”であって，*は1つにつき10分，○は5分です．たとえばB*○の問題は，標準問題であって，15分以内で解答して欲しいという意味です．高2生にとってはやや厳しいでしょう．

ミニ講座：　例題の前文で詳しく書き切れなかった重要手法や，やや発展的な問題に対する解法などを1～2ページで解説したものです．

本書で使う記号など：　上記で，問題の難易や目標時間で使う記号の説明をしました．それ以外では，

⇨注は初心者のための，➡注はすべての人のための，➡注は意欲的な人のための注意事項です．また，

∴　ゆえに
∵　なぜならば

1対1対応の演習

数学II 新訂版

目 次

式と証明
要点の整理

1. 二項定理

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

の展開公式の一般形が次の二項定理である．

1・1 二項定理

$$\boldsymbol{(a+b)^n=a^n+{}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}ab^{n-1}+b^n}$$

$$\left(=\sum_{k=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_k a^{n-k}b^k\right)$$

⇨注　上式に $a=b=1$ を代入すると，次式を得る．

$${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$$

1・2 パスカルの三角形

二項定理により，

$(1+x)^n=1+{}_n\mathrm{C}_1x+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}x^{n-1}+x^n$

となるが，その係数 ${}_n\mathrm{C}_k$ は，右図のように左右対称になっている（この図形をパスカルの三角形という）．

$n=1$　1　1

$n=2$　1　2　1

$n=3$　1　3　3　1

$n=4$　1　4　6　4　1

$n=5$　1　5　10　10　5　1

……………………

2. 整式の除法

2・1 除法の一意性，商・余りの定義

整式 $f(x)$，$g(x)$ が与えられたとき

$f(x)=g(x)Q(x)+R(x)$ ……………………Ⓐ

（$Q(x)$，$R(x)$ は整式で，$R(x)$ は $g(x)$ よりも低次．なお，$g(x)$ は1次以上）

をみたす $Q(x)$，$R(x)$ がただ1組存在する．

この $Q(x)$，$R(x)$ をそれぞれ $f(x)$ を $g(x)$ で割ったときの商，余り（剰余）という．

なお，Ⓐを $f(x)\div\{kg(x)\}$ の形にすると，

$$f(x)=kg(x)\cdot\frac{Q(x)}{k}+R(x)$$

となるので，$f(x)$ を $kg(x)$ で割った商は，$f(x)$ を $g(x)$ で割った商の $\dfrac{1}{k}$ 倍だが，余りは同じである．

⇨注　「組立除法」については，☞p.36

2・2 剰余の定理・因数定理

$f(x)$ を1次式 $x-a$ で割った余りを R とおくと，

$f(x)=(x-a)Q(x)+R$

と表せる．上式から，$f(a)=R$ となるので，

［剰余の定理］

整式 $f(x)$ を $x-a$ で割った余りは，$f(a)$ である．

［因数定理］

$f(a)=0 \iff$ 整式 $f(x)$ は $x-a$ を因数に持つ

2・3 $x+a$ についての展開

例えば，

$x^3+x^2=\{(x-1)+1\}^3+\{(x-1)+1\}^2$

$=(x-1)^3+3(x-1)^2+3(x-1)+1+(x-1)^2+2(x-1)+1$

$=(x-1)^3+4(x-1)^2+5(x-1)+2$

というように変形することを，**$x-1$ についての展開**という．このように展開すると，上の，x^3+x^2 を $(x-1)^2$ で割るとき，

商 $=(x-1)+4=x+3$，余り $=5(x-1)+2=5x-3$

などがすぐに分かる．

3. 分数式

$f(x)$，$g(x)$ が整式で，$g(x)$ が1次以上のとき（定数でないとき），$\dfrac{f(x)}{g(x)}$ の形の式を分数式という．

分数式の分子と分母を両者の共通因数で割ることを約分するという．分子と分母とが共通因数を持たないとき，分数式は約分できない．このような分数式を既約分数式という．

4. 恒等式

例えば，次の等式

$ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ ………………①

が x にどのような値を代入しても成り立つとき，①を x についての恒等式という．①が x の恒等式になる条件は，

$a=a'$，$b=b'$，$c=c'$（係数比較）…………Ⓐ

であり，これはまた，

異なる3つの x の値に対して①が成り立つ……Ⓑ

ことと同値である（☞注）．

一般に，x の n 次式 $P(x)$，$Q(x)$ について，

$P(x)=Q(x)$ ……② が x の恒等式

となる条件は，次の①か②でとらえることができる．

① ②の両辺で，同じ次数の項どうしの係数が一致

② $n+1$ 個の異なる x の値に対して②が成立

⇨注　Ⓑ ⟹ Ⓐは，背理法で示すことができる．もし $a \neq a'$ とすると，①は2次方程式の形であり，これを成り立たせる x の値は2つ以下しかないことになり矛盾する．よって $a=a'$ であり，次に $b \neq b'$ とすると同様に矛盾が導け，$b=b'$ となり，$c=c'$ となる．

5．式の値，等式・不等式の証明

5・1　等式の証明

P，Q を文字式として，等式 $P=Q$ を証明するときには，次の方法が基本的である．

（ⅰ）$P-Q=0$ を示す．

（ⅱ）P を変形して Q に一致することを示す．

（ⅲ）P と Q をそれぞれ変形して，同じ式を導く．

5・2　等式の条件式が与えられたとき

・例えば，「$a+2b+3c=0$ ……① のとき，$f(a,\ b,\ c)=a^3+8b^3+27c^3-18abc$ の値を求めよ」というような問題では，①による $a=-2b-3c$ を用いて，求値式の $f(a,\ b,\ c)$ から a を消去して計算・整理するのが基本である（1文字消去の原則）．

・条件式が $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}$ ……②　の形（比例式）

の問題では，②の値 $=k$ とおいて，$x=ak$，$y=bk$，$z=ck$ とし，これらを求値式や証明すべき式に代入して x，y，z を消去し，k の式にする．

5・3　対称性を生かす

5・2で書いたように，等式の条件式は1文字消去をして使うのが原則である．しかし，条件式や求値式，証明すべき式が対称式（☞本シリーズ「数Ⅰ」p.15）のように，含まれる文字に関して対称的な形をしているときは，式の対称性を崩さずに扱えれば計算量が少なくて済むのでそれに越したことはない．

5・4　不等式 $A>B$ の証明法

（ⅰ）$A-B>0$ を示す．

（ⅱ）（下の5・5などの）有名不等式に帰着させる．

（ⅲ）$A>C$ かつ $C>B$ をみたす C を見つける．

（ⅳ）（$A-B$ の最小値）>0 を示す．

（ⅴ）$A \geqq 0$，$B \geqq 0$ のときには，$A>B$ を示すかわりに $A^2>B^2$ を示してもよい．

（ⅵ）$A \leqq B$ を仮定して矛盾を導く（背理法）．

5・5　相加平均・相乗平均の関係

$$\boldsymbol{a>0,\ b>0\ のとき，\ \frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}}$$

（等号成立は，$a=b$ のとき）

⇨注　一般に，a_1～a_n が正の数のとき，

$$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n} \geqq \sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$$

（等号成立は，$a_1=a_2=\cdots=a_n$ のとき）

［証明については，☞p.31］

5・6　コーシー・シュワルツの不等式

$$\boldsymbol{(a^2+b^2)(p^2+q^2) \geqq (ap+bq)^2}$$

（等号成立は，$a:b=p:q$ のとき）

$$\boldsymbol{(a^2+b^2+c^2)(p^2+q^2+r^2) \geqq (ap+bq+cr)^2}$$

（等号成立は，$a:b:c=p:q:r$ のとき）

などをコーシー・シュワルツの不等式という．

⇨注　任意の $2n$ 個の実数 a_1，a_2，…，a_n，x_1，x_2，…x_n について，次の不等式（コーシー・シュワルツの不等式）が成り立つ．

$$(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots+a_n{}^2)(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2) \geqq (a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n)^2$$

［証明については，p.23の前文と同様にしてできる］

5・7　絶対値記号と三角不等式

実数 x，y の絶対値について，次の事実が成り立つ．

（ⅰ）$|x|=x \iff x \geqq 0$

　　$|x|>x \iff x<0$

（ⅱ）$|x|^2=x^2$

（ⅲ）$|xy|=|x||y|$

（ⅳ）$|x+y|=|x|+|y|$

　　$\iff x$，y が0も含めて同符号．

（ⅴ）$|x+y|<|x|+|y| \iff x$，y が異符号．

x，y について $xy \geqq 0$ か $xy<0$ が成り立つので，

（ⅵ）つねに $|x+y| \leqq |x|+|y|$

（等号成立は，x，y が0も含めて同符号のとき）

とくに(ⅵ)には三角不等式という名前がついている．

1 二項定理／係数を求める

(ア) $(x-2y)^8$ の展開式における x^5y^3 の係数を求めよ．　（立教大・経，法）

(イ) $(a+b+c)^{10}$ の展開式における a^2bc^7 の係数を求めよ．また，$(x^2+x+1)^{10}$ の展開式における x^5 の係数を求めよ．　（福岡大・理，工）

展開　$(a+b)^3$ の展開では，右図のように，各(　)から a か b を選んで掛け合わせる．例えば，3 個の(　)の 1 つから a を，残り 2 つから b を選ぶと ab^2 が得られ，その選び方は ${}_3C_1$ 通りあるので，ab^2 の係数は ${}_3C_1$ となる．同様に考えて，

$$(a+b)(a+b)(a+b)$$

$$(a+b)^n=a^n+{}_nC_1a^{n-1}b+{}_nC_2a^{n-2}b^2+\cdots+{}_nC_ka^{n-k}b^k+\cdots+{}_nC_{n-1}ab^{n-1}+b^n$$

となる．これを二項定理という．

三項の場合　$(a+b)^n$ でなく，$(a+b+c)^n$ になっても，各(　)から，a か b か c を選んで掛け合わせるという考え方が応用できる．なお，$\{(a+b)+c\}^n$ や $\{a+(b+c)\}^n$ と見て二項定理に結びつけることもできるが，最初に述べた方法のほうがよいだろう．

解 答

(ア) 二項定理により，$(x-2y)^8=\{x+(-2y)\}^8$ の x^5y^3 の項は，

$${}_8C_5x^5(-2y)^3$$

よって，x^5y^3 の係数は，${}_8C_5\cdot(-2)^3={}_8C_3\cdot(-8)=-56\cdot8=\mathbf{-448}$

(イ) $(a+b+c)^{10}=\underbrace{(a+b+c)(a+b+c)\cdots\cdots(a+b+c)}_{10個の(\ )}$ ……………①

を展開する．10 個の(　)のうち，1 個から b を，残り 9 個の(　)のうち 2 個から a を選び，さらに残った 7 個の(　)からは c を選ぶと a^2bc^7 が得られる．その選び方は，$10\times{}_9C_2=10\times36=360$

よって，a^2bc^7 の係数は **360** ……………②

$a=x^2$，$b=x$，$c=1$ とおく．$(a+b+c)^{10}=(x^2+x+1)^{10}$ の展開で，x^5 の項は，次の 1°～3°によって得られる．

1°　a^2bc^7　　2°　ab^3c^6　　3°　b^5c^5

①の展開において，

1°の係数は，②により，360

2°の係数は，②と同様に考えて，$10\times{}_9C_3=10\times84=840$

3°の係数は，②と同様に考えて，${}_{10}C_5=252$

したがって，x^5 の係数は，$360+840+252=\mathbf{1452}$

⇦前半の別解：
$(a+b+c)^{10}$ の a^2bc^7 の項は，$\{b+(a+c)\}^{10}$ を二項展開した ${}_{10}C_1b(a+c)^9$ の項から出てくる．
$(a+c)^9$ の a^2c^7 の係数は ${}_9C_2$ であるから，a^2bc^7 の係数は
${}_{10}C_1\cdot{}_9C_2=360$

⇦$x^2(=a)$ の個数で場合分け．
1° $(x^2)^2\cdot x$，2° $(x^2)^1\cdot x^3$，
3° x^5（残りは 1）

1 演習題（解答は p.24）

(ア) $(2x-y+z)^8$ の展開式における $x^2y^3z^3$ の係数を求めよ．　（鹿児島大）

(イ) x の式 $(1+x+ax^2)^6$ を展開したときの x^4 の係数は，$a=$ $\boxed{}$ のときに最小値 $\boxed{}$ をとる．　（上智大・総合人間科学，法，外国語）

(ウ) $\left(x-\dfrac{2}{x}+2\right)^9$ を展開したとき，x^5 の係数は $\boxed{}$ であり，全ての係数の総和は $\boxed{}$ である．　（中部大）

(ウ)の後半：
$(1+x)^n$
$={}_nC_0+{}_nC_1x+\cdots+{}_nC_nx^n$
から
${}_nC_0+{}_nC_1+\cdots+{}_nC_n$
を求めるのと同様．

2 整式の割り算／割り算の実行

整式 $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2-16x+4$ が，整式 $g(x)=x^3-4x^2+5x-2$ で割り切れるとき，$a-b-c$ の値を求めよ．（防衛医大）

実際に割り算することが基本　整式の割り算についての問題を解く際に最も基本的な解法は，実際に割ってみるということである．割られる式と割る式とが具体的に与えられていて，かつ，割られる式の次数がそれほど高くない場合には，巧妙な解法を見つけようとしてあれこれ悩むよりも，さっさと割り算を実行してしまうほうが，実戦的といえる．

割り算の実行は，係数だけを書いて計算する　たとえば，x の整式 $a^2x^3+a^2x^2+ax^3+1$……① を x^2+x+2 で割る場合を考えよう．x 以外の文字は数として扱うので，次数が同じ項でまとめると，①は $(a^2+a)x^3+a^2x^2+1$ となる．割り算をするときに x^3 の係数 $\boxed{a^2+a}$ が一度に消えるようにかたまりで扱う．また，抜けている次数の項に注意する．①では1次の項が抜けているが，これは x の係数が0ということである．左下のように行うよりも，右下のように係数だけを書いて計算する方が省エネである．

$$
\begin{array}{r|llll}
 & (a^2+a)x & -a & & \\ \hline
x^2+x+2 & (a^2+a)x^3 & +a^2x^2 & & +1 \\
 & (a^2+a)x^3 & +(a^2+a)x^2 & +2(a^2+a)x & \\ \hline
 & & -ax^2 & -2(a^2+a)x & +1 \\
 & & -ax^2 & -ax & -2a \\ \hline
 & & & -(2a^2+a)x & +2a+1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|llll}
 & (a^2+a) & -a & & \\ \hline
1\ \ 1\ \ 2 & a^2+a & a^2 & 0 & 1 \\
 & a^2+a & a^2+a & 2(a^2+a) & \\ \hline
 & & -a & -2(a^2+a) & 1 \\
 & & -a & -a & -2a \\ \hline
 & & & -2a^2-a & 2a+1
\end{array}
$$

解 答

実際に係数だけを書いて $f(x)$ を $g(x)$ で割ると次のようになる．

$$
\begin{array}{r|lllll}
 & a & 4a+b & & & \\ \hline
1\ \ -4\ \ 5\ \ -2 & a & b & c & -16 & 4 \\
 & a & -4a & 5a & -2a & \\ \hline
 & & 4a+b & -5a+c & 2a-16 & 4 \\
 & & 4a+b & -16a-4b & 20a+5b & -8a-2b \\ \hline
 & & & 11a+4b+c & -18a-5b-16 & 8a+2b+4
\end{array}
$$

⇦係数が混ざらないように．（あらかじめ係数の間隔を広めに書いておく．）

この余りは，$(11a+4b+c)x^2+(-18a-5b-16)x+(8a+2b+4)$

これが0のとき，

$11a+4b+c=0$ ……①，$-18a-5b-16=0$ ……②，$8a+2b+4=0$ ……③

③により，$b=-4a-2$ ……④　であり，②に代入して

$-18a-5(-4a-2)-16=0$　$\therefore$　$2a-6=0$　$\therefore$　$a=3$

よって，④から，$b=-14$ であり，a，b の値を①に代入して，

$33-56+c=0$　$\therefore$　$c=23$

したがって，$a-b-c=3+14-23=-6$

2 演習題（解答は p.24）

a，b を定数とする．整式 x^6+ax^2+b が整式 x^3+ax+b で割り切れるような a，b の組をすべて求めよ．

（関西大・文系／一部略）

例題と同様に，実際に割り算を実行する．

式と証明
演習題の解答

1…A*B**B**	2…A*	3…A*B*
4…B*∘B*∘	5…B*∘	6…B*B***
7…A*B*∘	8…A∘A*	9…B**∘
10…B**	11…A*	12…B**
13…B**	14…A**B*∘	15…B*B***
16…B**B*		

1 (イ) まず，1，x，ax^2 を何個ずつ掛けたら，x の4乗になるかを考える．(ウ)の前半も同様．
(ウ)の後半　例えば，x^2+2x+3 の係数の総和は $x=1$ を代入したもの．本問も同様に処理できる．

解 (ア)

$$(2x-y+z)^8=\overbrace{(2x-y+z)\cdots\cdots(2x-y+z)}^{8\text{個の(　)}}$$

を展開する．8個の(　)のうち，2個から $2x$ を，残り6個の(　)のうち3個から $-y$ を選び，さらに残った3個の(　)からは z を選ぶと
$(2x)^2(-y)^3z^3=-4x^2y^3z^3$ が得られる．

その選び方は，${}_8C_2\times{}_6C_3=28\times20=560$

よって求める係数は，$-4\times560=\mathbf{-2240}$

(イ) $(1+x+ax^2)^6=\underbrace{(1+x+ax^2)\cdots\cdots(1+x+ax^2)}_{6\text{個の(　)}}$

を展開する．この展開で x^4 の項は，次の1°～3°によって得られる（6個の(　)のうち，何個から ax^2 を選ぶかで場合分け）．6個の(　)のうち，

1°　2個から ax^2 を，残り4個から1を選ぶとき

$$(ax^2)^2\cdot1^4\times{}_6C_2=15a^2x^4$$

（${}_6C_2$ は，ax^2 の(　)の選び方，残りは1を選ぶ）

2°　1個から ax^2 を，残り5個のうち2個から x を，さらに残った3個から1を選ぶとき

$$(ax^2)^1\cdot x^2\cdot1^3\times{}_6C_1\times{}_5C_2=60ax^4$$

3°　4個から x，残り2個から1を選ぶとき

$$x^4\cdot1^2\times{}_6C_4=15x^4\quad({}_6C_4={}_6C_2=15)$$

したがって，x^4 の係数は，$15a^2+60a+15$ ………①
であり，①$=15(a^2+4a)+15=15(a+2)^2-45$
となるから，x^4 の係数は $\boldsymbol{a=-2}$ **のとき最小値−45** をとる．

(ウ) $\left(x-\dfrac{2}{x}+2\right)^9=\underbrace{\left(x-\dfrac{2}{x}+2\right)\cdots\cdots\left(x-\dfrac{2}{x}+2\right)}_{9\text{個の(　)}\cdots\cdots①}$

を展開する．9個の(　)のうち，x を a 個，$-\dfrac{2}{x}$ を b 個，2を c 個選んで x^5 の項が得られるとすると，

$$a+b+c=9,\ a-b=5$$
$$\therefore\ b=a-5,\ c=14-2a$$

b，c は0以上であるから，$5\leqq a\leqq7$．よって，

$$(a,\ b,\ c)=(5,\ 0,\ 4),\ (6,\ 1,\ 2),\ (7,\ 2,\ 0)$$

1°　(5，0，4)のとき，①のうち「2」を選ぶ(　)の選び方は ${}_9C_4$ 通り（残りは「x」）であるから，

$$x^5\cdot2^4\times{}_9C_4=x^5\cdot2^4\times\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2}$$
$$=x^5\cdot16\times3\cdot7\cdot6=2016x^5$$

2°　(6，1，2)のとき，①のうち「$-2/x$」を選ぶ(　)の選び方は ${}_9C_1$ 通り．次に「2」を選ぶ(　)の選び方は ${}_8C_2$ 通り（残りは「x」）であるから，

$$x^6\cdot\left(-\frac{2}{x}\right)\cdot2^2\times{}_9C_1\cdot{}_8C_2$$
$$=-x^5\cdot2^3\times9\cdot28=-2016x^5$$

3°　(7，2，0)のとき，①のうち「$-2/x$」を選ぶ(　)の選び方は ${}_9C_2$ 通り（残りは「x」）であるから，

$$x^7\cdot\left(-\frac{2}{x}\right)^2\times{}_9C_2=x^5\cdot2^2\times36=144x^5$$

よって，x^5 の係数は，$2016-2016+144=\mathbf{144}$

次に，全ての係数の総和を求める．ここで，

$$\left(x-\frac{2}{x}+2\right)^9=x^9+\cdots-\frac{2^9}{x^9}\ \cdots\cdots\cdots\cdots②$$

（右辺は左辺を展開した式）である．全ての係数の総和は，②の右辺で $x=1$ を代入したものであるから，その値は，左辺に $x=1$ を代入した値に等しく，

$$(1-2+2)^9=\mathbf{1}$$

2 実際に割って，余りが0となる条件を考えればよい．

解 x^6+ax^2+b を x^3+ax+b で割ると，

$$\begin{array}{r|ccccccc}
 & 1 & 0 & -a & -b & & & \\ \hline
1\ \ 0\ \ a\ \ b & 1 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & b \\
 & 1 & 0 & a & b & & & \\ \hline
 & & & -a & -b & a & 0 & \\
 & & & -a & 0 & -a^2 & -ab & \\ \hline
 & & & & -b & a^2+a & ab & b \\
 & & & & -b & 0 & -ab & -b^2 \\ \hline
 & & & & & a^2+a & 2ab & b^2+b
\end{array}$$

となるから，余りは，

$$(a^2+a)x^2+2abx+(b^2+b)$$