はじめに

『1対1対応の演習』シリーズは，入試問題から基本的あるいは典型的だけど重要な意味を持っていて，得るところが大きいものを精選し，その問題を通して

入試の標準問題を確実に解ける力

をつけてもらおうというねらいで作った本です．

さらに，難関校レベルの問題を解く際の足固めをするのに最適な本になることを目指しました．

以上のように，受験を意識した本書ですが，教科書にしたがった構成ですし，解説においては，高1生でも理解できるよう，分かりやすさを心がけました．学校で一つの単元を学習した後でなら，その単元について，本書で無理なく入試のレベルを知ることができるでしょう．

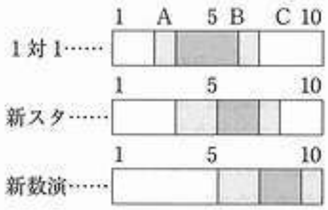
問題のレベルについて，もう少し具体的に述べましょう．水準以上の大学で出題される10題を易しいものから順に1，2，3，…，10として，

1〜5の問題……A（基本）
6〜7の問題……B（標準）
8〜9の問題……C（発展）
10の問題………D（難問）

とランク分けします．この基準で本書と，本書の後に位置する月刊「大学への数学」の増刊号

「新数学スタンダード演習」(「新スタ」と略す)
「新数学演習」(「新数演」と略す)

のレベルを示すと，次のようになります．（濃い網目の問題を主に採用）



さて，本書は，入試の標準問題を確実に解ける力が，問題を精選してできるだけ少ない題数（本書で取り上げた例題は53題です）で身につくように心がけ，そのレベルまで，

効率よく到達してもらうこと

を目標に編集しました．

本書を活用して，数Iの入試への足固めをしていってください．

皆さんの目標達成に本書がお役に立てれば幸いです．

本書の構成と利用法

坪田三千雄

本書のタイトルにある‘1対1対応’の意味から説明しましょう．

まず例題(四角で囲ってある問題)によって，例題のテーマにおいて必要になる知識や手法を確認してもらいます．その上で，例題と同じテーマで1対1に対応した演習題によって，その知識，手法を問題で適用できる程に身についたかどうかを確認しつつ，一歩一歩前進してもらおうということです．この例題と演習題，さらに各分野の要点の整理（4ページまたは2ページ）などについて，以下，もう少し詳しく説明します．(なお，本書では，数ⅠAに限定すると窮屈なときは，無理に限定せず，数Ⅱ等の内容に一部踏み込んでいます.)

要点の整理： その分野の問題を解くために必要な定義，用語，定理，必須事項などをコンパクトにまとめました．入試との小さくはないギャップを埋めるために，一部，教科書にない事柄についても述べていますが，ぜひとも覚えておきたい事柄のみに限定しました．

例題： 原則として，基本～標準の入試問題の中から

・これからも出題される典型問題
・一度は解いておきたい必須問題
・幅広い応用がきく汎用問題
・合否への影響が大きい決定問題

の53題を精選しました（出典のないものは新作問題，あるいは入試問題を大幅に改題した問題)．そして，どのようなテーマかがはっきり分かるように，一題ごとにタイトルをつけました（大きなタイトル／細かなタイトル の形式です)．なお，問題のテーマを明確にするため原題を変えたものがありますが，特に断っていない場合もあります．

解答の前文として，そのページのテーマに関する重要手法や解法などをコンパクトにまとめました．前文を読むことで，一題の例題を通して得られる理解が鮮明になります．入試直前期にこの部分を一通り読み直すと，よい復習になるでしょう．

解答は，試験場で適用できる，ごく自然なものを採用し，計算は一部の単純計算を除いては，ほとんど省略せずに目で追える程度に詳しくしました．また解答の右側には，傍注(⇦ではじまる説明）で，解答の補足や，使った定理・公式等の説明を行いました．どの部分についての説明かはっきりさせるため，原則として，解答の該当部分にアンダーライン（――）を引きました（容易に分かるような場合は省略しました)．

演習題： 例題と同じテーマの問題を選びました．例題よりは少し難し目ですが，例題の解答や解説，傍注等をじっくりと読みこなせば，解いていけるはずです．最初はうまくいかなくても，焦らずにじっくりと考えるようにしてください．また横の枠囲みをヒントにしてください．

そして，例題の解答や解説を頼りに解いた問題については，時間をおいて，今度は演習題だけを解いてみるようにすれば，一層確実な力がつくでしょう．

演習題の解答： 解答の最初に各問題のランクなどを表の形で明記しました（ランク分けについては前ページを見てください)．その表にはA*，B*○というように＊や○マークもつけてあります．これは，解答を完成するまでの受験生にとっての“目標時間”であって，＊は1つにつき10分，○は5分です．たとえばB*○の問題は，標準問題であって，15分以内で解答して欲しいという意味です．高1生にとってはやや厳しいでしょう．

ミニ講座： 例題の前文で詳しく書き切れなかった重要手法や，やや発展的な問題に対する解法などを1～2ページで解説したものです．

コラム： その分野に関連する興味深い話題の紹介です．

本書で使う記号など： 上記で，問題の難易や目標時間で使う記号の説明をしました．それ以外では，⇨注は初心者のための，➡注はすべての人のための，➡注は意欲的な人のための注意事項です．

1対1対応の演習

数学Ⅰ 新訂版

目次

数と式
要点の整理

タイトルは「数と式」ですが，1次方程式，1次不等式，1次関数もここで扱うことにします．

1．展開と因数分解

1・1　指数法則

a は0でない実数，m, n が整数のとき，次が成立．

$a^0=1$，$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$，$a^m a^n=a^{m+n}$，$(a^m)^n=a^{mn}$，

$(ab)^n=a^n b^n$

1・2　公式

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ……①

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ……②

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$（和×差 は平方の差）……③

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$ ……④

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ ……⑤

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ ……⑥

$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ ……⑦

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$ ……⑧

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ ……⑨

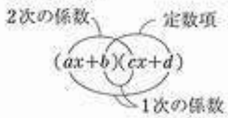
$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$=a^3+b^3+c^3-3abc$ ……⑩

*　　　　　　*

左辺から右辺を導くことを「展開する」，右辺から左辺を導くことを「因数分解する」という．

なお，④の展開については，公式を丸暗記するというより，右の計算手順を押さえておこう．



1・3　⑧の一般形

$(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$

$=a^n-b^n$

特に，$(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1)=x^n-1$

また，⑦の一般形は，n が奇数のとき，

$(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots-ab^{n-2}+b^{n-1})$

$=a^n+b^n$

特に，$(x+1)(x^{n-1}-x^{n-2}+\cdots-x+1)=x^n+1$

1・4　因数定理

因数定理は数Ⅱで学ぶが，因数分解と密接な関係があるので，ここで紹介しておくことにする．

まず整式の割り算を説明する．整数の割り算の場合，a を b で割った商が q で余りが r のとき，

$$a=qb+r\ (0\leqq r<b)$$

と表せ，q と r は1つに定まった．整式の場合もほぼ同様である．整式 $f(x)$，$g(x)$ が与えられたとき，

$$f(x)=Q(x)g(x)+R(x)$$

（$Q(x)$，$R(x)$ は整式で，$R(x)$ は $g(x)$ より低次）を満たす $Q(x)$，$R(x)$ がただ1組存在する．

$Q(x)$，$R(x)$ をそれぞれ，$f(x)$ を $g(x)$ を割ったときの商，余り（剰余）という．

[剰余の定理]

整式 $f(x)$ を $x-a$ で割った余りは $f(a)$ である．

（証明）$f(x)$ を $x-a$ で割った商を $Q(x)$ とする．1次式で割るから，余りは定数で，それを R とすると，

$$f(x)=(x-a)Q(x)+R$$

これに $x=a$ を代入して，$R=f(a)$ を得る．//

これから，次の因数定理が得られる．

[因数定理]

$f(a)=0 \iff$ 整式 $f(x)$ は $x-a$ を因数にもつ

（$f(x)$ は $x-a$ で割り切れる）

（証明）剰余の定理により，

$f(a)=0 \iff f(x)$ を $x-a$ で割った余りが0

$\iff f(x)$ は $x-a$ で割り切れる　//

2．対称式・交代式

x と y についての整式 P で，x と y を入れ替えたときの整式が，

P のままであるものを，（x，y の）対称式

$-P$ となるものを，（x，y の）交代式

という．例えば，$f(x,\ y)=x^3+xy+y^3$ のときは，x と y を入れ替えた式は，$y^3+yx+x^3=f(x,\ y)$ であるから，$f(x,\ y)$ は対称式である．$g(x,\ y)=x^3-y^3$ のときは，入れ替えた式は，$y^3-x^3=-g(x,\ y)$ であるから，$g(x,\ y)$ は交代式である．

また，x，y，z についての整式で，$x^3+y^3+z^3$ のように，3文字 x，y，z のどの2文字を入れ替えても元の式

と同じになるものを，x，y，z の対称式という．

2・1 基本対称式

x，y の対称式のうち，とくに $x+y$ と xy を x，y の基本対称式という．x，y の対称式は基本対称式で表せる．例えば，$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ である．

また，x，y，z の対称式のうち，とくに $x+y+z$，$xy+yz+zx$，xyz を x，y，z の基本対称式という．x，y，z の対称式は，基本対称式で表せる．

対称式は必ず基本対称式を用いて表せる

のである．

2・2 x，y の交代式は $x-y$ を因数にもつ

x，y の整式 P を交代式とする．例えば
$P=x^3+x^2y-xy^2-y^3$ を考えよう．これを x の整式と見て $f(x)$ とおく．x に y を代入すると

$$f(y)=y^3+y^2\cdot y-y\cdot y^2-y^3=0$$

よって，因数定理により，$f(x)(=P)$ は $x-y$ を因数にもつ．これは，交代式一般について成り立つ．

3．実数

3・1 有理数・無理数・実数

$\dfrac{m}{n}$（m，n は整数）と表すことのできる数を有理数という．2つの有理数の和，差，積，商は有理数である．このことを「有理数の集合は四則演算について閉じている」という（0 で割ることは定義されていない）．

整数でない有理数を小数で表すと，$\dfrac{1}{4}=0.25$ のように有限小数になる場合と，$\dfrac{1}{22}=0.04545\cdots=0.0\dot{4}\dot{5}$ のように無限小数になる場合がある．有理数が無限小数になるとき，必ず循環小数になる．逆に，循環小数は分数の形に表すことができる．具体的には，例えば
$a=0.\dot{1}\dot{3}$ のとき，

$$100a=13.\dot{1}\dot{3}=13+a \qquad \therefore\ a=\frac{13}{99}$$

と分数で表すことができる．

有理数でない実数を無理数という．無理数を小数で表すと循環しない無限小数になる．

実数の集合もまた，四則演算について閉じている．（なお 0 で割ることは定義されていない）

3・2 “係数”比較

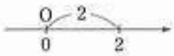
a，b，c，d が有理数，j が無理数のとき，

$$a+bj=c+dj \cdots\cdots ① \iff a=c \text{ かつ } b=d$$

（証明）① $\iff a-c=(d-b)j$ である．$d-b\neq0$ とすると，$j=\dfrac{a-c}{d-b}$ となり，この右辺は有理数であるが，左辺は無理数で矛盾．よって，$d-b=0$ で，すると $a-c=0$ である．//（背理法（☞p.69）による）

3・3 数直線と絶対値

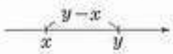
実数 x は数直線上の 1 点として表される．そして，数直線上の原点 O（実数 0 に対応する点）と x との距離のことを x の絶対値といい，記号 $|x|$ で表す．

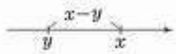


上図から分かるように，

$x\geqq0$ のとき，$|x|=x$，$x<0$ のとき，$|x|=-x$

また $|x-y|$ は，数直線上の 2 点 x，y の距離を表す．





3・4 絶対値の性質

- $|x|\geqq0$．等号成立は，$x=0$ のときのみ．
- $|-x|=|x|$
- $x^2=|x|^2$，$|xy|=|x||y|$，$\left|\dfrac{x}{y}\right|=\dfrac{|x|}{|y|}$
- $a>0$ のとき，
  $|x|=a \iff x=\pm a$
  $|x|<a \iff -a<x<a$
  $|x|>a \iff x<-a$ または $a<x$
  （なお，$|x|\leqq|y| \iff -|y|\leqq x\leqq|y|$）
- $|x+y|\leqq|x|+|y|$．等号成立は，x，y が同符号か，少なくとも一方が 0 のとき．

3・5 平方根の性質

- $a\geqq0$ のとき，$(\sqrt{a}\,)^2=a$，$\sqrt{a}\geqq0$

1 展開／公式の応用

(1) $(a-b+c)^2-(a-b-c)^2$ を展開せよ. （静岡理工科大）

(2) $(a-b)^2+(b-c)^2+(a+c)^2-(a-b+c)^2$ を展開せよ. （獨協大）

(3) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ を展開せよ. （札幌学院大）

(4) $(a-1)^2(a+1)^2(a^2+1)^2$ を展開せよ. （山梨学院大）

(5) $(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$ を展開せよ. （京都産大・文系）

かたまりを利用して展開 例えば $(a+b)(c+d)$ の展開は,
$(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$ というようにバラしていけば必ずできるが，その単純操作のスピードが速いからといって計算力があるとはいえない．公式を利用する際に，簡単になる形に着目したり，式の特徴を生かしてかたまりを利用したりすることで省力化を図って計算できる力の方がより重要である．

例えば(3)では，$(x+1)(x+4)$，$(x+2)(x+3)$ という組合せで展開すれば，ともに x^2+5x が現れ，これをかたまりと見る工夫ができる．

掛け算の順番を変える 例えば(4)では，$(a-1)^2(a+1)^2=\{(a-1)(a+1)\}^2=(a^2-1)^2$ として，$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$ の公式が使えるようにする．

解答

(1) $(a-b+c)^2-(a-b-c)^2=\{(a-b)+c\}^2-\{(a-b)-c\}^2$

$=4(a-b)c=\boldsymbol{4ac-4bc}$

$(A+B)^2-(A-B)^2=4AB$

⇦$a-b$ をかたまりと見た．

(2) $(a-b)^2-(a-b+c)^2=(a-b)^2-\{(a-b)+c\}^2$

$=-2(a-b)c-c^2=-2ac+2bc-c^2$ ……①

$(b-c)^2+(a+c)^2=(b^2-2bc+c^2)+(a^2+2ac+c^2)$ ……②

⇦与式の第1項と第4項を組合せて展開すると $(a-b)^2$ がキャンセルされて簡単になることに着目．

であるから，

与式=①+②$=\boldsymbol{a^2+b^2+c^2}$

(3) $(x+1)(x+4)=x^2+5x+4$，$(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$

であるから，x^2+5x をかたまりと見て，

与式$=\{(x^2+5x)+4\}\{(x^2+5x)+6\}=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$

$=\boldsymbol{x^4+10x^3+35x^2+50x+24}$

(4) $(a-1)^2(a+1)^2(a^2+1)^2=\{(a-1)(a+1)\times(a^2+1)\}^2$

$=\{(a^2-1)(a^2+1)\}^2=(a^4-1)^2=\boldsymbol{a^8-2a^4+1}$

⇦$A^2B^2C^2=(ABC)^2$ を活用．

(5) $(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$

$=\{a+(b+c)\}\{-a+(b+c)\}\times\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$

$=\{-a^2+(b+c)^2\}\{a^2-(b-c)^2\}$

$=-a^4+\{(b+c)^2+(b-c)^2\}a^2-\{(b+c)(b-c)\}^2$

⇦a について整理．

$=-a^4+2(b^2+c^2)a^2-(b^2-c^2)^2$

$=\boldsymbol{-a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2}$

1 演習題 （解答は p.22）

つぎの式を展開せよ．

(1) $(a+b+c)^2-(b+c-a)^2+(c+a-b)^2-(a+b-c)^2$ （九州東海大・工）

(2) $(x+y+2z)^3-(y+2z-x)^3-(2z+x-y)^3-(x+y-2z)^3$ （山梨学院大）

(3) $(x^2+xy+y^2)(x^2+y^2)(x-y)^2(x+y)$ （山形大・工）

どの2つの(　)の組合せがよいのか，何をかたまりと見るのがよいのか考えよう．

2 因数分解／2次式

つぎの式を因数分解せよ．

（1） $(a-b+c-1)(a-1)-bc$ （酪農学園大・酪農，環境）

（2） $4x^2-13xy+10y^2+18x-27y+18$ （北海学園大・工）

（3） $(x+2y)(x-y)+3y-1$ （東北学院大・文系）

因数分解では最低次の文字について整理する 2文字以上が現れる式の因数分解の原則は，最低次の文字（複数あるときはどれか1つの文字）について整理することである．一般に，次数の低い式の方が因数分解しやすい．

x，y の2次式の因数分解 原則に従えば，x か y について整理するところであるが，（3）において $(x+2y)(x-y)$ を展開して整理するのはソンである．「$x+2y$」「$x-y$」を用いて解答のように「たすきがけ」をすればよい．（2）も，x，y の2次式の部分を因数分解すれば同様にできる（☞別解）．

慣習 因数分解せよ，という問題では，特に指示がない限り，係数が有理数の範囲で因数分解する．

解答

（1） まず c について整理することにより，

与式 $=\{c(a-1)+(a-b-1)(a-1)\}-bc$

$=(a-b-1)c+(a-b-1)(a-1)=\boldsymbol{(a-b-1)(a+c-1)}$

⇦与式は a については2次だが，b や c については1次．

（2） まず x について整理することにより，

与式 $=4x^2-(13y-18)x+(10y^2-27y+18)$

$=4x^2-(13y-18)x+(2y-3)(5y-6)$ ……………………① ⇦ $\begin{matrix}2\\5\end{matrix}\times\begin{matrix}-3\\-6\end{matrix}\to-27$

$=\{x-(2y-3)\}\{4x-(5y-6)\}$ ⇦ $\begin{matrix}1\\4\end{matrix}\times\begin{matrix}-(2y-3)\\-(5y-6)\end{matrix}\to-(13y-18)$

$=\boldsymbol{(x-2y+3)(4x-5y+6)}$

⇨注 ①におけるたすきがけで，試行錯誤するのを避けるためには，

①$=\{ax-(2y-3)\}\{bx-(5y-6)\}$

とおき，展開して係数比較すればよい．x の係数は（y は定数と見る），

$-\{(5a+2b)y-(6a+3b)\}$ となり，$-(13y-18)$ と一致するので，

$5a+2b=13$，$6a+3b=18$．これを解いて $a=1$，$b=4$ となる． ⇦このとき，x^2 の係数も一致する．

（3） 与式 $=\{(x+2y)-1\}\{(x-y)+1\}$ ⇦ $\begin{matrix}x+2y\\x-y\end{matrix}\times\begin{matrix}-1\\1\end{matrix}\to3y$

$=\boldsymbol{(x+2y-1)(x-y+1)}$

【別解】（2）［x，y の2次式の部分をまず因数分解して，（3）と同様に解くと］

$4x^2-13xy+10y^2=(x-2y)(4x-5y)$ ⇦ $\begin{matrix}1\\4\end{matrix}\times\begin{matrix}-2\\-5\end{matrix}\to-13$

であるから，

与式 $=(x-2y)(4x-5y)+(18x-27y)+18$

$=\{(x-2y)+3\}\{(4x-5y)+6\}$ ⇦ $\begin{matrix}x-2y\\4x-5y\end{matrix}\times\begin{matrix}3\\6\end{matrix}\to18x-27y$

$=\boldsymbol{(x-2y+3)(4x-5y+6)}$

2 演習題 （解答は p.22）

（1） $(x-y)(x+y)-z(z+2y)$ を因数分解せよ． （北海道薬大）

（2） $3a+2b+ab+6$ を因数分解すると $\boxed{}$ である．また，

$xy+xz+y^2+yz+3x+5y+2z+6$ を因数分解すると $\boxed{}$ である． （岐阜聖徳学園大）

（3） $8x^2-18y^2+10x+21y-3$ を因数分解せよ． （静岡産大）

（3）は，例題（2）と同様に，2通りのやり方がある．

数と式 演習題の解答

1…B*∘	2…A**	3…B**∘
4…B**	5…A*∘	6…B**
7…A∘A*∘	8…A*B*	9…B*∘
10…B**B**	11…B*B*	12…B***

1 （1）（2） かたまりを利用する．
（3） 公式が使えるように掛け算の順番を変える．

解 （1） $(a+b+c)^2-(b+c-a)^2$
$=\{(b+c)+a\}^2-\{(b+c)-a\}^2=4(b+c)a$
$(c+a-b)^2-(a+b-c)^2$
$=\{a+(c-b)\}^2-\{a-(c-b)\}^2=4a(c-b)$
であるから，
与式$=4a\{(b+c)+(c-b)\}=\boldsymbol{8ac}$

（2） $(x+y+2z)^3-(y+2z-x)^3$
$=\{(y+2z)+x\}^3-\{(y+2z)-x\}^3$ ……………①
ここで，$\left.\begin{array}{l}(A+B)^3=A^3+3A^2B+3AB^2+B^3\\(A-B)^3=A^3-3A^2B+3AB^2-B^3\end{array}\right\}$ ………②
であるから，$(A+B)^3-(A-B)^3=2(3A^2B+B^3)$
よって，①$=2\{3(y+2z)^2x+x^3\}$
また，$(2z+x-y)^3+(x+y-2z)^3$
$=\{x-(y-2z)\}^3+\{x+(y-2z)\}^3$ ……………③
②により，$(A+B)^3+(A-B)^3=2(A^3+3AB^2)$
であるから，③$=2\{x^3+3x(y-2z)^2\}$
したがって，与式は，
$2\{3(y+2z)^2x+x^3\}-2\{x^3+3x(y-2z)^2\}$
$=6x\{(y+2z)^2-(y-2z)^2\}$
$=6x(4\times y\cdot 2z)=\boldsymbol{48xyz}$

（3） $(x^2+xy+y^2)(x^2+y^2)(x-y)^2(x+y)$
$=(x-y)(x^2+xy+y^2)\cdot(x^2+y^2)\cdot(x-y)(x+y)$
$=(x^3-y^3)\cdot(x^2+y^2)(x^2-y^2)$
$=(x^3-y^3)(x^4-y^4)=\boldsymbol{x^7-x^3y^4-x^4y^3+y^7}$

2 （1）（2） 最低次の文字（複数あるときはどれか1つの文字）について整理する．
（3） 2通りの方法でやってみる．

解 （1） xについて整理することにより，
$(x-y)(x+y)-z(z+2y)$
$=x^2-y^2-z^2-2yz=x^2-(y^2+2yz+z^2)$
$=x^2-(y+z)^2=\{x+(y+z)\}\{x-(y+z)\}$
$=\boldsymbol{(x+y+z)(x-y-z)}$

（2） （前半） aについて整理して，
$3a+2b+ab+6=(b+3)a+2b+6$
$=\boldsymbol{(b+3)(a+2)}$
（後半） xについて整理して，
$xy+xz+y^2+yz+3x+5y+2z+6$
$=(y+z+3)x+\underbrace{y^2+yz+5y+2z+6}_{z\text{について整理}}$
$=(y+z+3)x+(y+2)z+y^2+5y+6$
$=(y+z+3)x+(y+2)z+(y+2)(y+3)$
$=(y+z+3)x+(y+2)(z+y+3)$
$=\boldsymbol{(y+z+3)(x+y+2)}$

（3） ［まずxについて整理する方針だと］
与式$=8x^2+10x-3(6y^2-7y+1)$
$=8x^2+10x-3(y-1)(6y-1)$
$=\{2x-3(y-1)\}$
$\times\{4x+(6y-1)\}$
$\begin{array}{ccl}2 & \times & -3(y-1)\ \to 10\\ 4 & & 6y-1\end{array}$
$=\boldsymbol{(2x-3y+3)(4x+6y-1)}$

別解 ［2次の部分をまず因数分解する方針だと］
$8x^2-18y^2=2(4x^2-9y^2)=2\{(2x)^2-(3y)^2\}$
$=2(2x+3y)(2x-3y)$ であるから，
$8x^2-18y^2+10x+21y-3$
$=2(2x+3y)(2x-3y)+(10x+21y)-3$
$=\{2(2x+3y)-1\}$
$\times\{(2x-3y)+3\}$
$\begin{array}{lcl}2(2x+3y) & \times & -1\ \to 10x+21y\\ 2x-3y & & 3\end{array}$
$=\boldsymbol{(4x+6y-1)(2x-3y+3)}$

3 （1） まず最低次のbについて整理する．
（2） まず$(a+b+c)^3$を$\{a+(b+c)\}^3$として展開するか，$x^3\pm y^3=(x\pm y)(x^2\mp xy+y^2)$（複号同順）の因数分解の公式を使う（☞別解）．

解 （1） bについて整理して，
$2ax^3+(a^2-2ab-2)x^2-(a^2b+a-2b)x+ab$
$=\{-2ax^2-(a^2-2)x+a\}b+2ax^3+(a^2-2)x^2-ax$
$=-\{2ax^2+(a^2-2)x-a\}(b-x)$ （☞注）
$=-(ax-1)(2x+a)(b-x)$
$=\boldsymbol{(ax-1)(2x+a)(x-b)}$

⇨注 $\{\ \ \}$は，右により，
$(ax-1)(2x+a)$
$\begin{array}{ccl}a & \times & -1\ \to a^2-2\\ 2 & & a\end{array}$
と因数分解できる．

（2） $(a+b+c)^3-a^3=\{a+(b+c)\}^3-a^3$
$=\{a^3+3a^2(b+c)+3a(b+c)^2+(b+c)^3\}-a^3$
$=3a^2(b+c)+3a(b+c)^2+(b+c)^3$ ……………①