

はじめに

私は合格した瞬間の喜びを、数十年たった今も鮮明に覚えている。どちらであれ、結果は淡々と受けとめようと決めていたけれど、御殿下グラウンドの端に設置された掲示板で受験番号を見つけた瞬間に走り出していた。止まって〜という声が二度聞こえ、自分に向けられているようだ気づいて振り返った。息を切らせながら裸足で追いかけてきた袴姿の美しい女性が、私に荷物を手渡してくれた。手提げ袋から折りたたみの傘や、いろいろなものをばらまきながら走ったらしい。一番で赤門前の公衆電話ボックスに飛び込み、家に電話した。合格したよと、母に告げた。振り返ると行列ができていた。ボックスを出て見上げると、花霞の空が輝いていた。

入学後、すぐに受験雑誌「大学への数学」の添削を始めた。添削した生徒達の合格が気になって、数年は、発表を見に行った。翌年から三四郎池の際に掲示板が戻った。東大新聞を買い、喧噪の傍らで、おめでとうと残念だを、心の中で繰り返した。

東大入試を見つめ始めて40年が過ぎようとしている。最近では高校や塾から「東大合格者を増やしたいが何をすればよいか」という相談を受けることも多い。

東大は学歴社会日本にあつて、最大の難関である。私の生徒も、毎年数多く挑み、その何割かは目的を果たさずに敗れ去っていく。最近では得点開示をする。2点不足で不合格というのはざらで、中には0.2点足らず不合格という生徒もいた。合否のライン上にひしめき合っているに違いない。

その天と地ほどの違いを分けているのはなんだろうかと思う。学力低下が叫ばれて久しい。それに対して東大入試は難問を堅持している。ほとんど解けないで帰ってくる生徒達の少しでも力になりたいと願った。手強い相手だが、効果的な方法が何かあるに違いないと思う。

まず、生徒と東大の問題の距離を測らねばならないと、いろいろな場所で生徒達に問題を解いてもらい、その答案を分析し、どんなことに気をつけたら合格に届くのかを考えた。

その結果をもとに、少しでも合格に有益な情報を提供したいと思って本書を書いた。本書の中で徐々に語っていきたい。受験生のみならず、指導者の方にも、対策の参考になることを願っている。

安田 亨

【本書の利用法】

◆対象

東大を志望する理系受験生、および、東大志望者を指導する教師。

受験生の場合は、高校全範囲を履修していることが望ましいけれど、本は4割も読めば読破したことになると言う数学者もいるくらいだから、**読めるところだけを読めばよく**、東大に憧れを持つ人すべてが本書の対象です。

◆本書の執筆の姿勢

「東大数学で1点でも多く取る方法」という刺激的な書名です。superな方法が書いてあって、本書を読めばたちどころに得点を拾い集めることができるわけでは、むしろ、ありません。そのための、**地道で確実な方法**を書きました。

劣等生だった私は受験雑誌「大学への数学」(以下、本誌)に出会って勉強を始めました。友人は「東大にでも入るのか? 難問をやっても無理だ」と揶揄しました。当時の本誌は巧みな解法が並んでいました。「僕もこんな解法ができるようになりたい」と心をかき立て、長時間の試行錯誤を繰り返す粘りと、少々の計算にもひるまず、果敢にアタックするエンジンとなりました。数学者への憧れは、苦手な国語や英語を勉強する苦痛を消し去りました。入試の結果は、数学は大失敗し、英語と国語は完璧に近く、私を助けました。私は勉強の方法を間違っていたと感じました。

大人は経験も豊富で、定石が定着しており、間違いやすい解法を避けます。時間の制約もないため、皆で相談をし、工夫します。他の大人に批判されるのを恐れるあまり、厳密になりやすい。こうした解答はますます生徒から乖離し、勉強には適さないと考え、生徒目線に立った解答を提供したいというのが最大の目的です。

生徒に解いてもらい、多くの生徒がとる解法で正解に達するものを解説しています。生徒が手が着かない問題は、少しでも部分点が取れる解法を選択しています。**うまい着眼、うまい計算方法はあまり採り上げていません。**

◆大学の採点の体制とそれを考慮した答案の書き方

噂です。不確かな部分があり、今後体制が変わる可能性もありますが、批判を恐れずにあえて書いてみます。的外れなら笑い飛ばしてください。現在、多くの大学が「通し」で採点をします。東大にあてはめてみれば、理科II類の第一問の答案すべてをA先生とB先生のペアが採点と検閲を行う形です。II類、III類はまだしも、I類は1000人近くの定員に対し、2.5倍で入試を行うので、2500枚を一週間から10日の間に行わなければなりません。単純化し、仮に10日で2500枚、一日10時間採

点をするとして、1時間で25枚、1枚に2分程度しか掛けられない計算です。実行のためには次の点が重要です。適度に白紙答案がある。別解はない方がいい。皆が0点では困る。そのために、小問に分けて、(1)は適度に解けて(2)は難問で、別解がない解法へ誘導をする、という問題が理想的です。この場合、細かく見るのは不可能に近く、配点の刻みは大きくなります。これをふまえて対策を考えましょう。なお、理科I類は3人で行うという噂もあり、その場合は少し負担が軽くなります。(ア)字は綺麗に見やすく書く訓練をせよ。順序よく書き、簡潔な日本語で適度な説明を入れ、最後の答えは下線を引いて目立つようにする。

(イ)最後の答えが合わない限り高得点は望めないし、答えがあえば減点されることは少ない。厳密さにこだわらず、一目散に答えを出す。教科書にない道具でも、証明が理解できていれば使う。気になったら証明を後で付け加える。

(ウ)難問が多いから完答は難しい。解き切ってから答案用紙に清書をしようとするると0点になる危険性が高い。だから、答案用紙を何段かに区切って、どうしても試行錯誤が必要なら右下のあたりで行い、可能な限り、答案本体に書く。**完答を目指さず、部分点を取ることが最大の目的**と考える。まず、題意を確実に式に表現する。正しい方向だと思えることは書く。

◆学習方法

まず問題編を見てください。考えるのが好きな人は粘って考えてください。あなたにとって、数学は考えるものです。後で見直そうという甘い考えでなく計算は一発で決めてください。書き上げたら、見直して(見直すのか!)厳しくチェックしてください。解答編を見て、下手な部分を補正し、よりよい解答を作り上げます。

解けないなら、解答編を読んでください。あなたにとって、数学は覚えるものです。理解できたら、問題文だけ見て解答を再現します。再現できたら、早く書く練習をします。**様々な解法を理解し、道具の幅を広げます**。自分にとって最良の解法を確定します。うまい解法でなく、安全で着実な解法を身につけます。本書を反復し解法を定着させます。一書の人恐るべし(一冊の本を完璧にこなすことが学習の王道である)。どんな方法であれ、一生懸命やれば、合格に必要な力は身につきます。

◆第4版に際して

第3版から2003年以前を削除し2015年から2018年を追加しました。ただし複素平面は慣れていない人も多いでしょうから、2000年から2003年の分も掲載しました。わけあって89年の問題を1題収録しています。理由は解説にあります。

東大数学で1点でも多く取る方法

—理系編—

第4版

目次

はじめに	1
本書の利用法	2
	<hr/>
	問題 解答
数と式など	8 42
図形など	9 52
整数	11 73
場合の数・確率	15 116
座標	22 180
数列	25 241
微分積分	27 269
複素数	38 428
あとがき	468

$k > 0$ とする. xy 平面上の二曲線

$$y = k(x - x^3); \quad x = k(y - y^3)$$

が第 1 象限に $\textcircled{+}$ なる交点 ($\textcircled{+}$; $-$) をもつような k の範囲を求めよ.

(89 東大・理科/第 1 問 (共通))

実数 $a; b$ に対して

$$f(\mu) = \cos 3\mu + a \cos 2\mu + b \cos \mu$$

とし, $0 < \mu < \frac{\pi}{4}$ で定義された関数

$$g(\mu) = \frac{f(\mu) - f(0)}{\cos \mu - 1}$$

を考える.

(1) $f(\mu)$ と $g(\mu)$ を $x = \cos \mu$ の整式で表せ.

(2) $g(\mu)$ が $0 < \mu < \frac{\pi}{4}$ の範囲で最小値 0 をとるための $a; b$ についての条件を求めよ. また, 条件をみたす点 $(a; b)$ が描く図形を座標平面上に図示せよ.

(17 東大・理科/第 1 問)