

は じ め に

私は合格した瞬間の喜びを、数十年たった今も鮮明に覚えている。どちらであれ、結果は淡々と受けとめようと決めていたけれど、御殿下グラウンドの端に設置された掲示板で受験番号を見つけた瞬間に走り出していた。止まって～という声が二度聞こえ、自分に向けられているようだ気づいて振り返った。息を切らせながら裸足で追いかけてきた袴姿の美しい女性が、私に荷物を手渡してくれた。手提げ袋から折りたたみの傘や、いろいろなものをばらまきながら走つたらしい。一番で赤門前の公衆電話ボックスに飛び込み、家に電話した。合格したよと、母に告げた。振り返ると行列ができていた。ボックスを出て見上げると、花霞の空が輝いていた。

入学後、すぐに受験雑誌「大学への数学」の添削を始めた。添削した生徒達の合否が気になって、数年は、発表を見に行った。翌年から三四郎池の際に掲示板が戻った。東大新聞を買い、喧噪の傍らで、おめでとうと残念だを、心の中で繰り返した。

東大入試を見つめ始めて40年が過ぎようとしている。最近高校や塾から「東大合格者を増やしたいが何をすればよいか」という相談を受けることも多い。

東大は学歴社会日本にあつて、最大の難関である。私の生徒も、毎年数多く挑み、その何割かは目的を果たさずに敗れ去っていく。最近は何点開示をする。2点不足で不合格というのはざらで、中には0.2点足らず不合格という生徒もいた。合否のライン上にひしめき合っているに違いない。

その天と地ほどの違いを分けているのはなんだろうかと思う。学力低下が叫ばれて久しい。それに対して東大入試は難問を堅持している。ほとんど解けないで帰ってくる生徒達の少しでも力になりたいと願った。手強い相手だが、効果的な方法が何かあるに違いないと思う。

まず、生徒と東大の問題の距離を測らねばならないと、いろいろな場所で生徒達に問題を解いてもらい、その答案を分析し、どんなことに気をつけたら合格に届くのかを考えた。

その結果をもとに、少しでも合格に有益な情報を提供したいと思って本書を書いた。本書の中で徐々に語っていきたい。受験生のみならず、指導者の方にも、対策の参考になることを願っている。

安田 亨

【本書の利用法】

◆対象

東大を志望する理系受験生、および、東大志望者を指導する教師。

受験生の場合は、高校全範囲を履修していることが望ましいけれど、本は4割も読めば読破したことになると言う数学者もいるくらいだから、**読めるところだけを読めばよく**、東大に憧れを持つ人すべてが本書の対象です。

◆本書の執筆の姿勢

「東大数学で1点でも多く取る方法」という刺激的な書名です。superな方法が書いてあって、本書を読めばたちどころに得点を拾い集めることができるわけでは、むしろ、ありません。そのための、**地道で確実な方法**を書きました。

劣等生だった私は受験雑誌「大学への数学」(以下、本誌)に出会って勉強を始めました。友人は「東大にでも入るのか? 難問をやっても無理だ」と揶揄しました。当時の本誌は巧みな解法が並んでいました。「僕もこんな解法ができるようになりたい」と心をかき立て、長時間の試行錯誤を繰り返す粘りと、少々の計算にもひるまず、果敢にアタックするエンジンとなりました。数学者への憧れは、苦手な国語や英語を勉強する苦痛を消し去りました。入試の結果は、数学は大失敗し、英語と国語は完璧に近く、私を助けました。私は勉強の方法を間違っていたと感じました。

大人は経験も豊富で、定石が定着しており、間違いやすい解法を避けます。時間の制約もないため、皆で相談をし、工夫します。他の大人に批判されるのを恐れるあまり、厳密になりやすい。こうした解答はますます生徒から乖離し、勉強には適さないと考え、生徒目線に立った解答を提供したいというのが最大の目的です。

生徒に解いてもらい、多くの生徒がとる解法で正解に達するものを解説しています。生徒が手が着かない問題は、少しでも部分点が取れる解法を選択しています。**うまい着眼、うまい計算方法はあまり採り上げていません。**

◆大学の採点の体制とそれを考慮した答案の書き方

噂です。不確かな部分があり、今後体制が変わる可能性もありますが、批判を恐れずにあえて書いてみます。的外れなら笑い飛ばしてください。現在、多くの大学が「通し」で採点をします。東大にあてはめてみれば、理科II類の第一問の答案すべてをA先生とB先生のペアが採点と検閲を行う形です。II類、III類はまだしも、I類は1000人近くの定員に対し、2.5倍で入試を行うので、2500枚を一週間から10日の間に行わなければなりません。単純化し、仮に10日で2500枚、一日10時間採

点をするとして、1時間で25枚、1枚に2分程度しか掛けられない計算です。実行のためには次の点が重要です。適度に白紙答案がある。別解はない方がいい。皆が0点では困る。そのために、小問に分けて、(1)は適度に解けて(2)は難問で、別解がない解法へ誘導をする、という問題が理想的です。この場合、細かく見るのは不可能に近く、配点の刻みは大きくなります。これをふまえて対策を考えましょう。なお、理科I類は3人で行うという噂もあり、その場合は少し負担が軽くなります。(ア) 字は綺麗に見やすく書く訓練をせよ。順序よく書き、簡潔な日本語で適度な説明を入れ、最後の答えは下線を引いて目立つようにする。

(イ) 最後の答えが合わない限り高得点は望めないし、答えがあえば減点されることは少ない。厳密さにこだわらず、一目散に答えを出す。教科書にない道具でも、証明が理解できていれば使う。気になったら証明を後で付け加える。

(ウ) 難問が多いから完答は難しい。解き切ってから答案用紙に清書をしようとするると0点になる危険性が高い。だから、答案用紙を何段かに区切って、どうしても試行錯誤が必要なら右下のあたりで行い、可能な限り、答案本体に書く。**完答を目指さず、部分点を取ることが最大の目的**と考える。まず、題意を確実に式に表現する。正しい方向だと思えることは書く。

◆学習方法

まず問題編を見てください。考えるのが好きな人は粘って考えてください。あなたにとって、数学は考えるものです。後で見直そうという甘い考えでなく計算は一発で決めてください。書き上げたら、見直して(見直すのか!)厳しくチェックしてください。解答編を見て、下手な部分を補正し、よりよい解答を作り上げます。

解けないなら、解答編を読んでください。あなたにとって、数学は覚えるものです。理解できたら、問題文だけ見て解答を再現します。再現できたら、早く書く練習をします。**様々な解法を理解し、道具の幅を広げます**。自分にとって最良の解法を確定します。うまい解法でなく、安全で着実な解法を身につけます。本書を反復し解法を定着させます。一書の人恐るべし(一冊の本を完璧にこなすことが学習の王道である)。どんな方法であれ、一生懸命やれば、合格に必要な力は身につきます。

◆第4版に際して

第3版から2003年以前を削除し2015年から2018年を追加しました。ただし複素平面は慣れていない人も多いでしょうから、2000年から2003年の分も掲載しました。わけあって89年の問題を1題収録しています。理由は解説にあります。

東大数学で1点でも多く取る方法

—理系編—

第4版

目次

はじめに	1
本書の利用法	2
	問題 解答
数と式など	8 42
図形など	9 52
整数	11 73
場合の数・確率	15 116
座標	22 180
数列	25 241
微分積分	27 269
複素数	38 428
あとがき	468

問題 1 $k > 0$ とする. xy 平面上の二曲線

$$y = k(x - x^3), \quad x = k(y - y^3)$$

が第 1 象限に $\alpha \neq \beta$ なる交点 (α, β) をもつような k の範囲を求めよ.

(89 東大・理科/第 1 問 (共通))

問題 2 実数 a, b に対して

$$f(\theta) = \cos 3\theta + a \cos 2\theta + b \cos \theta$$

とし, $0 < \theta < \pi$ で定義された関数

$$g(\theta) = \frac{f(\theta) - f(0)}{\cos \theta - 1}$$

を考える.

(1) $f(\theta)$ と $g(\theta)$ を $x = \cos \theta$ の整式で表せ.

(2) $g(\theta)$ が $0 < \theta < \pi$ の範囲で最小値 0 をとるための a, b についての条件を求めよ. また, 条件をみたす点 (a, b) が描く図形を座標平面上に図示せよ.

(17 東大・理科/第 1 問)

問題 1 $k > 0$ とする. xy 平面上の二曲線

$$y = k(x - x^3), x = k(y - y^3)$$

が第 1 象限に $\alpha \neq \beta$ なる交点 (α, β) をもつような k の範囲を求めよ.

(89 東大・理科/第 1 問 (共通))

考え方 悪文ですねえ. 「 α, β が動いてはいけないもの」と解釈したら, k は $\beta = k(\alpha - \alpha^3), \alpha = k(\beta - \beta^3)$ となる特別なもので, 範囲も何もありません.

$$y = k(x - x^3), x = k(y - y^3), x > 0, y > 0, y \neq x$$

が解をもつために k のみたす必要十分条件を求めよ.

ということです. まあ, 誰もがそう読みますけどね.

大人は式で解きますが, 生徒に解かせると

(ア) 図形的に考える

(イ) 式で計算する

という解法の選択が起こります. 本問は, 基本的に, **式で解くしかありません**. (図による考察については ☞ 注意 1°)

$$y = k(x - x^3), x = k(y - y^3)$$

は, 2 式全体として「 x と y は対称」になっています. 対称とは, 今 x があるところを y にし, 今 y があるところを x にしたときに, 全体としては変わらないことをいいます. この場合, もしも y を消去すると

$$x = k\{k(x - x^3) - k^3(x - x^3)^3\}$$

という 9 次方程式になり, 手が止まります. もとが対称なのに, x に比重を重くして, 対称性を崩した変形をしているから解けなくなるのです.

もちろん, 問題によっては対称性を崩さないと解けないものも, まれにあり, ときにはそうした解法を指定されることもあります. 文系や共通問題で, ノーヒントで解く場合は, 対称性を保つように考えましょう. その場合, 変形の方法は限られます. 今は, 2 式を辺ごとにくく, 足すという手段が有効です.



対称性のある連立方程式は
対称性を崩さないように
辺ごとの和と差を作る

差を作れば因数分解ができて次数が下がるのが現象としての有効性であり, 和と差で同値性が保存されるというのが論理面での重要な点です.

「方程式を解くとはどういうことなのか?」「方程式の同値性について」は、注意2°で詳しく解説するので、ここでは解答に必要な認識を述べるにとどめます。

$f(t) = k(t - t^3)$ とおきます。 $y = k(x - x^3)$, $x = k(y - y^3)$ は

$$y = f(x) \cdots \cdots \textcircled{A}, \quad x = f(y) \cdots \cdots \textcircled{B}$$

と書けます。 $\textcircled{A} + \textcircled{B}$ と $\textcircled{A} - \textcircled{B}$ を作ります。すると

$$y + x = f(x) + f(y) \cdots \cdots \textcircled{C}, \quad y - x = f(x) - f(y) \cdots \cdots \textcircled{D}$$

となり、 $\textcircled{A}$ かつ $\textcircled{B}$ を満たす解 x, y は $\textcircled{C}$ かつ $\textcircled{D}$ を満たします。逆に $\textcircled{C}$ かつ $\textcircled{D}$ ならば $\textcircled{C} + \textcircled{D}$ を作ると $2y = 2f(x)$ となり、2で割れば $\textcircled{A}$ を得ます。 $\textcircled{C} - \textcircled{D}$ を2で割れば $\textcircled{B}$ を得ます。つまり、 $\textcircled{A}$ かつ $\textcircled{B}$ を満たす解があるかどうかは、 $\textcircled{C}$ かつ $\textcircled{D}$ を満たす解があるかどうかを考えればよいというのが同値性の保存です。

 **解答** $x > 0, y > 0, y \neq x \cdots \cdots \textcircled{1}$
 の条件のもとで、連立方程式

$$y = k(x - x^3) \cdots \cdots \textcircled{2}, \quad x = k(y - y^3) \cdots \cdots \textcircled{3}$$

の実数解の存在条件を考える。そして

$\{ \textcircled{2} \text{ かつ } \textcircled{3} \}$ は $\{ \textcircled{2} + \textcircled{3} \text{ かつ } \textcircled{2} - \textcircled{3} \}$ と同値であること

に注意する。以下、繰り返し「和と差を作る」ことで連立方程式を同値変形していく。

$\textcircled{2} - \textcircled{3}$ より

$$y - x = k\{(x - y) - (x^3 - y^3)\} \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$y - x = k\{(x - y) - (x - y)(x^2 + xy + y^2)\}$$

$x - y (\neq 0)$ で割って

$$-1 = k\{1 - (x^2 + xy + y^2)\} \cdots \cdots \textcircled{5}$$

次に $\textcircled{2} + \textcircled{3}$ より

$$x + y = k\{(x + y) - (x^3 + y^3)\} \cdots \cdots \textcircled{6}$$

$$x + y = k\{(x + y) - (x + y)(x^2 - xy + y^2)\}$$

$x + y (\neq 0)$ で割って

$$1 = k\{1 - (x^2 - xy + y^2)\} \cdots \cdots \textcircled{7}$$

さらに $\textcircled{5}$ と $\textcircled{7}$ の和と差を作る。 $\textcircled{5} + \textcircled{7}$ より

$$0 = k\{2 - 2(x^2 + y^2)\}$$

$k > 0$ だから $x^2 + y^2 = 1$ となる。次に $\textcircled{7} - \textcircled{5}$ より

$$2 = k(2xy)$$

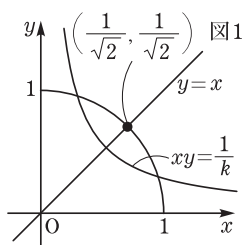
よって $xy = \frac{1}{k}$ となる。したがって

$$x^2 + y^2 = 1, \quad xy = \frac{1}{k}$$

が①を満たす解をもつことが、題意が成り立つための必要十分条件である。それは

点 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ が領域 $xy > \frac{1}{k}$ にあることで、

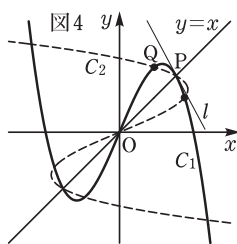
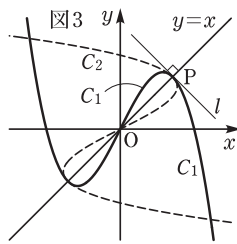
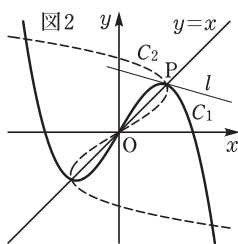
$$\frac{1}{2} > \frac{1}{k} \quad \therefore k > 2$$



【注意】 1°【図形的考察について】

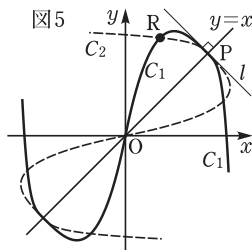
以下、曲線 $y = k(x - x^3)$ を C_1 (図の実線)、曲線 $x = k(y - y^3)$ を C_2 (破線)、 C_1 と直線 $y = x$ の第1象限の交点を

$P\left(\sqrt{1 - \frac{1}{k}}, \sqrt{1 - \frac{1}{k}}\right)$, P における C_1 の接線を l とします。微分して調べると l の傾きは $3 - 2k$ になります。 C_1 と C_2 は $y = x$ に関して対称です。89 年に受験をした某君が、こう質問してきました。



生徒「図3のように l の傾きが -1 のときは C_1 と C_2 は第一象限に P 以外の交点はありません。図4のように l の傾きが -1 より小さいと C_1 と C_2 は第1象限に P 以外の交点 Q をもちます。 $3 - 2k < -1$ から答えが求められます。入試でこう解きましたが、いいでしょうか？」

安田「君は単純なようだね. l の傾きが -1 のとき, なぜ図3のようになっていると断言できるのかね? 図3ではPの少し左で C_1 が素直に C_2 と $y=x$ の間を通るようになっているけど, 図5のように, C_1 がPの左で C_2 の上に追い越し, それから下がってRのように交わるということはないのかね?」



生徒「えええ〜〜, こんなグラフありえない. 3次関数のグラフはこんなにグニャグニャしていません」

安田「図5は3次関数と4次関数を貼り合わせて無理矢理作ったものだからね」

生徒「意地悪ですねえ. じゃあ, 図3は間違いなんですか?」

安田「図3は正しいよ. じゃあ, 正しい事実を述べれば認められるというのなら, 答案用紙のまん中にただ1行, 答えは $k > 2$ であると書けばいい. 満点がもらえるというのかね? これが事実であることを私は知っているってか? 途中経過を説明する必要はない. 正しいことを書いているのだから, 満点をよこせと, それでいいのかい? 図5のようにならないことを論証すべきではないのかね?」

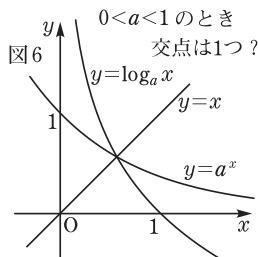
生徒「ありえないグラフを描いてケチをつけるのはおかしくないですか? 僕はこうやって, いつだって正しい図を描き, 答えを間違ったことはありません」

安田「あっそう. それはすごいや. お子ちゃま用ビニールのプールで泳げるから, 嵐の海も泳げると思っているのね. じゃあ

$0 < a < 1$ のとき, $a^x = \log_a x$ の実数解の個数を求めよ.

図を描いて答えてね」

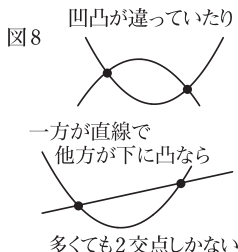
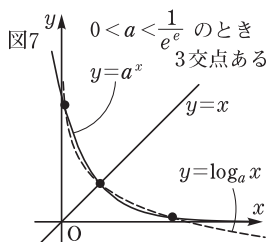
生徒「先生, 僕, 都内超有名私立高校出身ですよ. 1個に決まっているじゃん」



安田「それはご苦勞様. でも, 残念でした.

$0 < a < \frac{1}{e^e}$ のとき 3 個, $\frac{1}{e^e} \leq a < 1$ のとき 1 個

が正解です. 解答は, 数学 III の微分で, とても長い計算をしないとわからないので省略します. ともかく, 君は図 6 のはずだと思った. しかし, 実際には図 7 のようなことがある. だから, 図 3 のはずだと思ったのに, 実際には図 5 だったということがあるかもしれない. 答えは, 僕のような意地悪な人でも, 文句が言えないようにすべきです」



$a^x = \log_a x$ の問題は大人向け数学雑誌に私が出題し, 78 名の応募者中, 63 名が「明らかに 1 個」と間違いました. 誤答の中には大学教授もおられました.

2 曲線 $x^2 + y^2 = 1$, $xy = \frac{1}{k}$, $x > 0$, $y > 0$ のように, 凹凸が異なる 2 曲線ならば, 交点の個数は多くても 2 個しかなく, 図でも正しく議論できます.

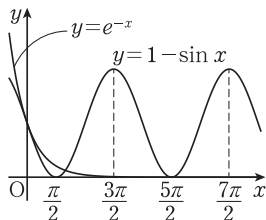
答案を書くときに注意することがあります. **答案には解答者の口を付属させることはできない**という事実です. 「図 5 のようになっていたらどうなるの?」と採点者が突っ込んだとき, 解答者は反論する手段がありません. だから, 採点者が突っ込むかもしれないという弱点を自分で見つけ出し, **先回りして弱点を補強**しておく, あるいは, 突っ込まれやすい解法は避けるようにすべきです.

私の真意を誤解しないでください. 図 4 で解きたいならやればいい. おそらく減点されないでしょう. あなたの人生だから, 自由に書けばいい. そういう, 安定感のない解法で粘るより, よりよい解法があると提案しているのです.

2°【本問を収録している理由】

私が「凹凸が同じ 2 曲線の交点の様子をグラフから判断することはできない」と主張を始めて, 20 年近くになります. $a^x = \log_a x$ の問題は, 一部の大人の間には衝撃をもって迎えられ, ベテランの間では浸透したことでしょう. しかし, 世間には浸透は十分とはいえません. 2018 年の東工大に, $e^x(1 - \sin x) = 1$ の $x > 0$ の解の様子を聞く問題があります. $\frac{\pi}{2}$ の近くに 1 個, $\frac{5\pi}{2}$ の近くに 2 個, … になり, それを式で調べないといけませんが, 次の図のようなものを描い

て、図だけから判断する人が少なくありません。私が $a^x = \log_a x$ の問題を説明し「凹凸が同じ 2 曲線の交点の様子は、式で調べないと、わからない」という話をした直後でも「それはわかったから、この東工大の問題は図を描けば、式で調べなくてもいいでしょう？」と平気で言うのです。世界中で事故が起きていることは分かるが、自分だけは事故に遭わないだろうと、高をくくっているのでしょう。



$2\pi < x < 3\pi$ では、2 曲線 $y = e^{-x}$, $y = 1 - \sin x$ はともに下に凸だから、2 回しか交わらないというのは、明らかではないでしょう？ $a^x = \log_a x$ で見たように、2 回より多く交わるかもしれないじゃない？ と言っても、聞く耳をもたない生徒（場合によっては大人も）が多い。「式で確認しなければ駄目だということ」は分かったけれど、自分は式でやる力はないから、図で誤魔化す」というのなら、それは自由です。試験の短時間で、学力に合わないことをやるのは無謀です。

3°【連立方程式の同値性】

式をもう一度書きます。 $f(t) = k(t - t^3)$ として、
 $y = k(x - x^3)$, $x = k(y - y^3)$ は

$$y = f(x) \cdots \cdots \cdots \textcircled{A}, \quad x = f(y) \cdots \cdots \cdots \textcircled{B}$$

と書きました。 $\textcircled{A} + \textcircled{B}$ と $\textcircled{A} - \textcircled{B}$ を作りました。

$$y + x = f(x) + f(y) \cdots \cdots \cdots \textcircled{C}, \quad y - x = f(x) - f(y) \cdots \cdots \cdots \textcircled{D}$$

このとき、 $\textcircled{A}$ かつ $\textcircled{B}$ の解があるという前提でやっているわけではありません。「 $\textcircled{A}$ かつ $\textcircled{B}$ の解があるか、ないか、わからないけれど、もしもあるならば」という仮定のもとで変形をしています。その意味で

$$(\textcircled{A} \text{ かつ } \textcircled{B}) \Rightarrow (\textcircled{C} \text{ かつ } \textcircled{D})$$

です。そして $\textcircled{C}$ かつ $\textcircled{D}$ ならば、 $\textcircled{C} + \textcircled{D}$ と $\textcircled{C} - \textcircled{D}$ を作り $\textcircled{A}$ と $\textcircled{B}$ を再現することができます。「もしも $\textcircled{C}$ かつ $\textcircled{D}$ の解があるならば」という仮定のもとで変形をして、本当にもとに戻すことができます。その意味で

$$(\textcircled{A} \text{ かつ } \textcircled{B}) \Leftarrow (\textcircled{C} \text{ かつ } \textcircled{D})$$

です。 $\textcircled{C}$ かつ $\textcircled{D}$ の解があるならば、それは $\textcircled{A}$ かつ $\textcircled{B}$ の解であるということです。そして、この双方向が成り立つとき

$$(\textcircled{A} \text{ かつ } \textcircled{B}) \Longleftrightarrow (\textcircled{C} \text{ かつ } \textcircled{D})$$

と書きます. 今は $x - y \neq 0$, $x + y \neq 0$ の条件のもとで

$$(\textcircled{2} \text{ かつ } \textcircled{3}) \iff (\textcircled{4} \text{ かつ } \textcircled{6}) \iff (\textcircled{5} \text{ かつ } \textcircled{7})$$

$$\iff \left(x^2 + y^2 = 1 \text{ かつ } xy = \frac{1}{k} \right)$$

です. ⑤に $x - y$ を掛けると ④に戻すことができます.

4°【同値記号の乱用についての注意】

以前, 名古屋に住んでいたときに持っていた本で「百万人の数学 (ホグベン著, 昭和2年発行)」というものがあります. ボロボロで, 開くとページの間から虫が這い出してくるので, 引っ越しの際に捨ててしまいました. その中に,

$$\frac{cx}{d} = \frac{a}{b} \quad \therefore x = \frac{ad}{bc}$$

という式があります. しかし, このように横に式を続けることはあまりなく, 多くの場合は

$$2x = x + a$$

$$\therefore x = a$$

と改行して $\therefore$ の次に式を書くか, あるいは $\therefore$ を書かないで

$$2x = x + a$$

$$x = a$$

と式を上下に並べて書いてあります. $\therefore$ は「変形したということを示す」「横に併記したときに式の切れ目の明示」という役割をもつ, 古くから使われていた記号です. 日本の数学は欧米を参考にしてきました. 現在, 欧米では $\therefore$ は使わないで書きます. 欧米の初等教育では「横に式を併記することはせず, 改行してゆったり書く」と教えるそうです. 日本でも $\therefore$ は使わないのが主流です. しかし,

(ア) 日本の大学受験では, 解答を狭いところに書かざるをえない.

(イ) 横に詰め込むときに式の切れ目がわからないと見にくい.

という現実があり, 式の切れ目になる記号があると便利です. そこで, 今から20年ほど前に (下の例は曲線 $y = 2x - x^2$ と x 軸が囲む面積 S について)

$$S = \int_0^2 y dx \iff S = \int_0^2 (2x - x^2) dx$$

などと書く人達が現れ, 一時はある教科書にも採用されたほどで, 瞬く間にこの記号は広がりました. しかし, 私は, $\iff$ の, このような使い方は好ましくないと考えています. 「好ましくない」というのは私の意見なので, 同意する必要はありません. そう考える主な理由は以下の4つです. なお, 上の例が数学的な間違いを含んでいるということではありません.

【使用法が違う】大学の数学では、 $A \iff B$ と書くのは**命題の同値な言い換え**の場合に限り、**式の整理では使わない**。

【レベルが違う】大学の本で $A \iff B$ と書いてあったら、本当に A と B が同値なのか、一瞬では判断がつかないようなレベルのときであり、大学の数学の先生が $\iff$ を見ると、緊張し、頭脳を働かせる。 $\iff$ を使うと、答案の細部を読まれてしまうのです。「私の答案は書き間違いや計算ミスが多く、細部を読むと間違いが見つかるので、読まないでください。答えだけ見て○つけてさっと通り過ぎてください」と願い、私なら $\iff$ を使いません。

【生徒は使い間違える】生徒が $\iff$ を使うとき、同値でないものを結ぶことがよく起こる。たとえば $y = f(x)$, $x = f(y) \iff x = f(f(x))$ と書いたりする。式2つと式1つが同値なはずがない。

【近くのみスが目立つ】この $\iff$ がある近くで論理が破綻していると、私は「 $\iff$ なんか書いているけれど、実は同値性なんかわかっておらず、出来ないねえ」と批判精神が引き出され、ついつい大きく減点してしまう。

だから、私が $\iff$ を書いたときには、本当に同値性を強調したいときに限ります。乱用者とは区別してください。

このことを教えると「え～～、書き方を練習したのに、これが数学者の書き方ではないのですか？」と愕然とする生徒もいます。同値記号の乱用は、一部の人の達、方言です。それを知っていて、なおかつ好んで使うのは、自由です。もしかしたら採点者も慣れてきて、 $\iff$ を見ても緊張しないかもしれません。

初めて Q.E.D. という言葉を見たときには、学問の扉を開いた気がしてワクワクしました。記号を覚えるのは、心をかき立てるエンジンのようなところがあります。「整数の集合を Z として $m \in Z$ 」と書くと、ちょっぴり専門家になった気がします。 m は整数とする、と書いても同じことなんですけどね。

▶ あとがき ◀

本書は安田が原稿を書き、受験雑誌「大学への数学」編集部の坪田三千雄と飯島康之が読んで意見を言い、検討するという手順をとりました。元来が大雑把な性格の上に、生徒に合わせるというコンセプトで始めているため、問題を解く上で支障のない厳密さは排除したいという方針でした。両氏の指摘は鋭く、厳密な記述に変更するか、提供されるうまい別解を入れるかどうかなど、かなり検討を重ねました。安田の悪態に耐え、何度も読んで校正してくれた忍耐力は賞賛に値します。

本書は組版システムTeXを用いて作成されています。デザインを東京出版の岸澤康雄が担当し、それに基づいてスタイルファイルをTeXコンサルタントの吉永徹美氏に作成していただきました。TeXの`ceo.sty`を用いています。`ceo.sty`は吉永氏のご指導のもとに安田と友人の岡本寛氏で作成したものです。奥村晴彦教授（三重大学）の主宰されているTeX Q&Aで多くの示唆を得ました。安田がWordで作成した原稿をTeXファイルに直す膨大な作業を、吉松祐三子先生（横浜共立学園中学校・高等学校）にお願い致しました。最終的には安田がタイプセットして、pdfで印刷所に入稿しています。かわいいイラストを駿台の生徒だった西川英先生（トキワ松学園中学・高等学校）が描いてくれました。また、多くの生徒達が実験台となり、貴重な情報を提供してくれました。皆様に感謝致します。

目標を見つけたら少々の困難にはめげない心の強さを与えてくれた両親に感謝致します。本書を出版する許可を与えていただいた現社長と浦辺理樹編集長に感謝致します。

東京出版のおかげで勉強のきっかけと生きる尊厳すら得ることができました。今は亡き先代社長の黒木正憲先生と奥様には、一層の感謝を致します。（平成21年4月）

東大数学で1点でも多く取る方法 理系編 [第4版]

平成 21 年 5 月 1 日 第 1 版 第 1 刷発行
平成 24 年 7 月 25 日 増補版 第 1 刷発行
平成 27 年 1 月 10 日 第 3 版 第 1 刷発行
平成 30 年12月 15 日 第 4 版 第 1 刷発行

定価はカバーに表示してあります。

著 者 安田 亨

発行者 黒木美左雄

発行所 株式会社 東京出版

〒150-0012 東京都渋谷区広尾 3-12-7

電話 03-3407-3387 振替 00160-7-5286

<http://www.tokyo-s.jp/>

印刷所 光陽メディア

製本所 技秀堂製本部

落丁・乱丁の場合は、ご連絡下さい。送料弊社負担にてお取り替えいたします。